

Treball de Fi de Grau

## **Grau en Enginyeria en Tecnologies Industrials**

### **Optimització topològica d'elements estructurals simples fabricats amb la tècnica del "Digital Light Processing"**

#### **MEMÒRIA**

**Autor:** Àngela Güerri Mas  
**Director:** Miquel Casafont Ribera  
**Convocatòria:** Setembre 2018



Escola Tècnica Superior  
d'Enginyeria Industrial de Barcelona



## Resum

Aquest Treball de Fi de Grau pretén ser una guia bàsica per aquelles persones que volen iniciar-se amb l'optimització topològica de dissenys bidimensionals. El treball abasta tres objectius principals: entendre els mètodes actuals d'optimització topològica, reproduir exemples de la literatura mitjançant el programari ANSYS Workbench i adquirir un domini avançat d'aquest programari.

El treball es divideix en tres parts. La primera part és una recerca literària sobre els mètodes actuals d'optimització topològica: homogeneïtzació, SIMP (*Solid Isotropic Microstructure with Penalization*), ESO (*Evolutionary Structural Optimization*) i *Level Set Method*. La segona part del treball és un estudi que es divideix en tres parts: la reproducció dels exemples de la literatura; la influència del mallat i el factor de penalització  $p$  sobre el procés d'optimització; i la comparació dels resultats obtinguts d'optimitzacions fetes a peces d'acer inoxidable i de material DLP (*Direct Light Processing*). La tercera i última part estudia les oportunitats que ofereix la fabricació per addició per fabricar peces optimitzades topològicament. Per a realitzar la primera i la tercera part del treball s'han llegit les referències de l'article [3]. Per a la segona part s'ha utilitzat el programari ANSYS Workbench.

Els resultats de la segona part del treball corroboren la influència del mallat, el factor de penalització  $p$  i el material sobre els resultats de l'optimització topològica. Arrel dels resultats, es conclou que amb acer inoxidable s'obtenen dissenys propers als de la literatura quan  $p = 3$  i el mallat no és molt refinat. També es resol que cal variar les condicions d'optimització topològica si es treballa amb un material ortotròpic fabricat amb DLP per tal d'aconseguir resultats com els de la literatura.

# Sumari

<b>RESUM</b>	<b>2</b>
<b>SUMARI</b>	<b>3</b>
<b>1. PREFACI</b>	<b>7</b>
1.1. Motivació.....	7
<b>2. INTRODUCCIÓ</b>	<b>9</b>
2.1. Objectius del projecte .....	9
2.2. Abast del projecte .....	9
<b>3. OPTIMITZACIÓ TOPOLÒGICA</b>	<b>11</b>
3.1. Principi dels treballs virtuals .....	12
3.2. Formulació del problema general d'optimització topològica .....	13
3.3. Mètodes per a l'optimització topològica i de forma .....	15
3.3.1. Mètode de la homogeneïtzació .....	15
3.3.2. Mètode del material sòlid i isotròpic amb penalització .....	18
3.3.2.1. Complicacions del mètode SIMP.....	19
3.3.3. Mètode de l'optimització estructural evolutiva .....	20
3.3.4. <i>Level Set Method</i> .....	21
3.4. Fabricació per addició .....	23
3.4.1. Reptes de l'utilització dels mètodes d'optimització topològica per AM .....	23
3.4.2. Oportunitats de l'utilització dels mètodes d'optimització topològica per AM.....	24
<b>4. EXEMPLES DE LA LITERATURA</b>	<b>26</b>
4.1. ANSYS Workbench .....	26
4.1.1. Consideracions.....	26
4.1.1.1. Anàlisi estructural estàtic del bloc inicial.....	26
4.1.1.2. Optimització topològica.....	27
4.1.1.3. Anàlisi estructural estàtic de la peça optimitzada.....	28
4.1.2. Problemes i la seva solució.....	28
4.2. Simulació dels exemples .....	29
4.2.1. Optimització topològica de peces d'acer inoxidable.....	29
4.2.2. Variació dels paràmetres que influencien l'optimització topològica .....	38
4.2.3. Comparativa de les simulacions amb acer inoxidable i material DLP .....	51
<b>CONCLUSIONS</b>	<b>59</b>
<b>BIBLIOGRAFIA</b>	<b>61</b>

Referències bibliogràfiques .....	61
Bibliografia complementària .....	61







# 1. Prefaci

## 1.1. Motivació

Ja era tard quan vaig decidir fer el Treball de Fi de Grau i tampoc tenia en ment cap projecte a proposar, així que vaig optar per posar-me en contacte amb el professor amb qui vaig cursar l'assignatura de Resistència de Materials. El professor Miquel Casafont Ribera va proposar-me estudiar el seu projecte de final de carrera *Topology Generation of Structures and Other Mechanical Elements*. A partir d'aquest primer contacte, aquest Treball de Fi de Grau es va plantejar per part del departament de Resistència de Materials com una iniciació a l'optimització topològica.

Era el primer cop que sentia a parlar sobre l'optimització topològica i em va motivar la proposta de ser capaç d'estudiar quina és l'estructura més eficient en diferents escenaris i quins factors influencien en el seu disseny. Paral·lelament, al departament de Resistència de Materials s'està estudiant les propietats de peces fabricades amb la tècnica DLP (*direct light processing*). Aprofitant aquestes propietats, se'm va plantejar estendre l'estudi d'optimització topològica a estructures fabricades amb un material innovador com és el material DLP i del qual encara no hi ha literatura en relació a l'optimització topològica.



## 2. Introducció

### 2.1. Objectius del projecte

Aquest projecte planteja tres objectius principals que es complementen entre ells. El primer objectiu principal és realitzar un estudi sobre els actuals mètodes d'optimització topològica i identificar aquell que utilitza el programari ANSYS Workbench. El segon objectiu principal d'aquest projecte consisteix en estudiar diferents exemples d'optimització topològica, obtinguts de la literatura, i reproduir-los mitjançant el programari ANSYS Workbench. El tercer objectiu principal, recollint la implicació d'ANSYS Workbench en els anteriors objectius, és adquirir un domini avançat d'aquest programari ja que és la plataforma que s'utilitzarà per analitzar les peces abans i després de ser optimitzades i també per realitzar la pròpia optimització topològica.

Arrel d'establir els tres objectius principals, es plantegen objectius menors per tal d'aprofundir en matèria. En primer lloc es vol identificar els paràmetres que influencien el disseny de la topologia optimitzada i interpretar com es veu afectat el resultat quan es varien aquests paràmetres. En segon lloc, es vol comparar com varien els resultats depenent del material de la peça: acer inoxidable i material DLP.

Paral·lelament, per complementar el projecte, es vol fer una recerca sobre l'oportunitat que ofereix la fabricació per addició per fabricar una ampli ventall de peces amb estructures que, després de ser optimitzades topològicament, serien impensables de manufacturar a partir de les tècniques tradicionals.

### 2.2. Abast del projecte

Per entrar en matèria, s'han llegit dos treballs de fi de d'estudis [1], [2] però l'estudi teòric de l'optimització topològica i de les oportunitats que ofereix la fabricació per addició es basa majoritàriament en la recerca bibliogràfica de l'article [3]. Els articles extrets d'altres fonts han estat utilitzats únicament per aclarir conceptes.

Utilitzant el programari ANSYS Workbench, s'estudien nou exemples extrets de les referències [5] i [6]. Aquests exemples són dissenys 2D en tensió plana. A la primera part de l'estudi es realitzen 9 simulacions amb acer inoxidable. Entre aquests nou exemples n'hi ha que pertanyen a la mateixa família, és a dir, que experimenten esforços i condicions de contorn similars però canvien alguna cota. A l'hora de fer la segona part de l'estudi només se simula un exemple de cada família, reduint el nombre a cinc exemples i analitzant un total de 30 simulacions amb acer inoxidable (5 de les quals ja s'han realitzat a la primera part de

l'estudi). Per a la tercera part de l'estudi es tornen a simular aquests cinc exemples amb tres materials diferents (acer inoxidable, material DLP i material DLP amb les direccions  $x$  i  $y$  intercanviades) i es realitzen 15 simulacions (5 de les quals ja s'han simulat a la primera part de l'estudi). Així doncs, s'efectuen 44 simulacions en total.

### 3. Optimització topològica

En qualsevol àmbit de treball es busca l'eficiència, com per exemple en el cas del camp de la Resistència de Materials: l'estructura ideal és aquella que sota unes càrregues, condicions de contorn i restriccions específiques té un comportament de màxima eficiència. El disseny d'una estructura inclou informació sobre la topologia, la forma i la mida i cal optimitzar aquestes característiques per obtenir l'estructura desitjada.

Segons Martin Philip Bendsøe i Ole Sigmund [5] les optimitzacions topològica, de forma i de mida aborden diferents aspectes del problema de disseny estructural. En un problema de mida o dimensionament l'objectiu més comú és trobar el gruix o l'àrea òptima dels components de l'estructura i, per tant, les variable de disseny és aquest gruix o àrea. La principal característica dels problemes de dimensionament és que el domini del disseny i de les variables d'estat es coneix a priori i es fixa al llarg del procés d'optimització. Per contra, l'optimització de forma pretén trobar la millor forma d'aquest domini i, per això, defineix com a variable de disseny aquest domini. Per últim, l'optimització topològica determina la connectivitat òptima d'aquest domini i, per tant, defineix la distribució, la forma i el nombre de forats. La Fig. 3.1 exemplifica els tres tipus d'optimització: per al dimensionament dels components s'augmenta el gruix de les barres, per a l'optimització de forma es varia la forma dels forats ja dissenyats i per a l'optimització topològica es distribueix el material formant nous forats.

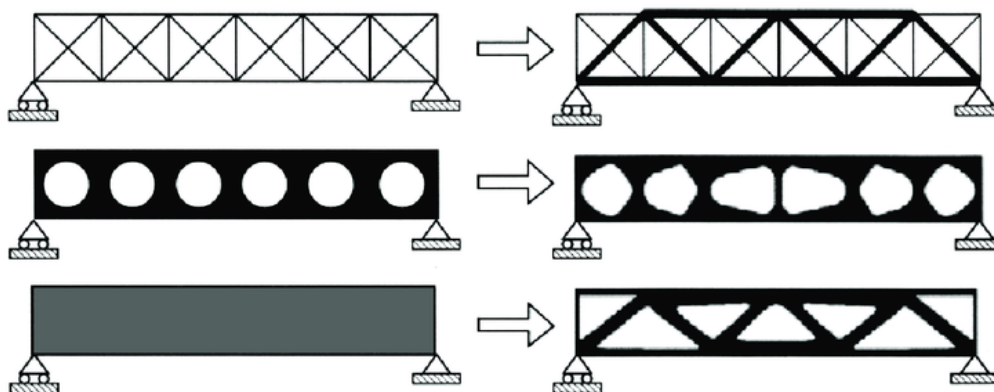


Fig. 3.1. Comparació il·lustrativa de les optimitzacions de mida (superior), de forma (mig) i topològica (inferior). [11]

Per a realitzar aquestes optimitzacions existeixen diferents mètodes que presenten diferents avantatges i inconvenients. A l'apartat 3.3. Mètodes per a l'optimització topològica i de forma es presenten els mètodes d'optimització esmentats a [3] i s'aprofundeix sobre aquell que utilitza el programari ANSYS Workbench.

### 3.1. Principi dels treballs virtuals

Per tal d'estudiar els diferents mètodes d'optimització de [3] cal entendre què es vol optimitzar i formular el problema. Així mateix, per formular aquest problema d'optimització cal entendre prèviament el Principi dels Treballs Virtuals (PTV).

Es considera un element mecànic que ocupa un domini  $\Omega$  en  $\mathbf{R}^2$  i que està subjecte a forces de volum  $f$  i forces de superfície  $t$  (Fig. 3.2). Aquest element mecànic és un cos pla definit per un tensor constitutiu elàstic  $E_{ijkl}$  que relaciona deformacions i tensions (lleï de Hooke).

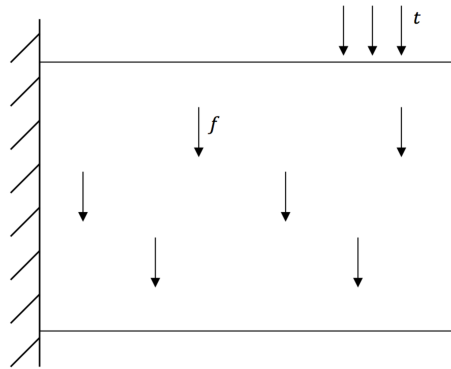


Fig. 3.2. Forces de volum i de superfícies sobre l'element mecànic.

El PTV enuncia que “una estructura està en equilibri sota l'acció d'un sistema de forces exteriors si a l'imposar-li uns desplaçaments arbitraris (virtuals) compatibles amb les condicions dels recolzaments, el treball realitzat per les forces exteriors sobre els desplaçaments virtuals és igual al treball que realitzen les tensions de l'estructura sobre les deformacions produïdes pels desplaçaments virtuals” [7]. En primer lloc cal situar-se a l'escenari on el cos arriba a l'equilibri sota les forces exteriors  $f$  i  $t$  i subjecte a condicions de contorn (Fig. 3.3). De la posició original a la d'equilibri els punts del cos experimenten uns desplaçaments reals  $u$  que provoquen unes deformacions  $\varepsilon_{kl}(u)$ , i un estat de tensió real  $\sigma_{kl}(u)$  associat als mateixos desplaçaments. A continuació, seguint en la posició d'equilibri, s'imposen uns desplaçaments virtuals  $v$ . Aquests desplaçaments virtuals produeixen unes deformacions  $\varepsilon_{ij}(v)$ . El treball virtual realitzat per les tensions a causa de les deformacions virtuals es pot expressar com

$$a_E(u, v) = \int_{\Omega} \sigma_{kl}(u) \cdot \varepsilon_{ij}(v) \, d\Omega$$

Si s'introdueix el tensor constitutiu a l'expressió anterior, es té

$$a_E(u, v) = \int_{\Omega} E_{ijkl}(x) \varepsilon_{kl}(u) \varepsilon_{ij}(v) \, d\Omega$$



Finalment, per tal de formular el PTV, es defineix el treball virtual exterior que realitzen les forces exteriors  $f$  i  $t$  sobre els desplaçaments virtuals  $v$  com

$$l(v) = \int_{\Omega} f \cdot v \, d\Omega + \int_{\Gamma_T} t \cdot v \, ds$$

El PTV resulta en

$$a_E(u, v) = l(v)$$

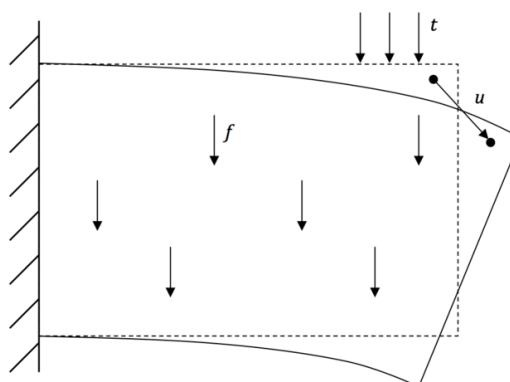


Fig. 3.3. Element mecànic en equilibri.

### 3.2. Formulació del problema general d'optimització topològica

A continuació es presenta una visió general del problema d'optimització topològica estructural en casos d'elasticitat lineal. El problema present vol maximitzar la rigidesa d'una peça subjecte a condicions de contorn a través de la minimització de la seva energia interna, la qual s'expressa en aquest cas en forma de treball de les forces exteriors. L'escenari és un espai 2D ja que els exemples que s'estudien en aquest projecte són en 2D.

Per tal d'aconseguir la màxima rigidesa, cal trobar el tensor d'elasticitat òptim  $E_{ijkl}$  dins dels possibles tensors d'elasticitat admissibles,  $U_{ad}$ . Els tensors admissibles normalment varien segons el punt del domini del cos i, per tant,  $E_{ijkl}(x)$  és funció de la variable espacial  $x \in \Omega$ .

Tal i com s'ha indicat, s'optimitza el disseny amb l'objectiu de minimitzar l'energia, concretament el treball realitzat per les càrregues exteriors. Tenint en compte que les forces exteriors  $f$  i  $t$  són constants, el treball exterior passa a ser funció dels desplaçaments, ja siguin virtuals o reals. Amb aquest raonament, es pot deduir que minimitzar l'energia ve a ser el mateix que minimitzar els desplaçaments i, per tant, maximitzar la rigidesa. Els exemples que s'estudien en aquest projecte són casos amb desplaçaments reals associats

a un estat d'equilibri de manera que el problema d'optimització es formula a partir del treball exterior sobre desplaçaments  $u$  reals,  $l(u)$ , i el compliment del PTV, que és el compliment de la condició d'equilibri. El problema d'optimització estructural pren la forma

$$\min_{u \in U, E} l(u)$$

on ara es treballa amb desplaçaments reals:

$$l(u) = \int_{\Omega} f \cdot u \, d\Omega + \int_{\Gamma_T} t \cdot u \, ds$$

subjecte a:

$$a_E(u, v) = l(v), \quad \text{per tot } v \in U$$

$$E_{ijkl} \in U_{ad}$$

i a altres possibles restriccions de disseny.

El problema pot estar subjecte a diferents restriccions de disseny com seria no sobrepassar un valor màxim de tensió o desplaçament. En el cas present, l'única restricció de disseny és la conservació d'un percentatge de volum a escollir per l'usuari.

Per definir el tensor constitutiu  $E_{ijkl} \in U_{ad}$  òptim,  $E_{ijkl}(x)$  es reformula com

$$E_{ijkl}(x) = \chi(x) \bar{E}_{ijkl}$$

on  $\bar{E}_{ijkl}$  és un tensor constitutiu constant i  $\chi(x)$  és una funció tal que

$$\chi(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } x \in \Omega^m \\ 0 & \text{si } x \in \Omega \setminus \Omega^m \end{cases}$$

on  $\Omega^m$  és la part del domini  $\Omega$  que conserva material.

D'aquesta manera es pot afegir la restricció de volum  $V$  al problema d'optimització estructural

$$\min_{u \in U, E} l(u) \tag{3.1}$$

subjecte a:

$$a_E(u, v) = l(v), \quad \text{per tot } v \in U$$

$$E_{ijkl} \in U_{ad}$$

$$V = \int_{\Omega} \chi(x) \, dx$$

Cal remarcar que el volum  $V$  és un valor fixat o restringit, i no pas un valor calculat.

### 3.3. Mètodes per a l'optimització topològica i de forma

L'optimització estructural, en concret la de forma i la topològica, representa un dels majors reptes de la tasca de disseny d'estructures. En les darreres trenta anys, s'han desenvolupat diferents mètodes i enfocaments per aconseguir el disseny de l'estructura òptima. Cada mètode presenta inconvenients però a la vegada és capaç de superar els contratemps dels altres mètodes.

#### 3.3.1. Mètode de la homogeneïtzació

A partir del plantejament general del problema d'optimització estructural ( 3.1 ), Bendsøe i Kikuchi proposen [4] un nou mètode per resoldre'l: el mètode de la homogeneïtzació. Aquest mètode utilitza el concepte de materials compostos, els quals permeten descriure el cos a partir d'una funció de densitat  $\mu$  que varia entre els valors  $[0,1]$  a diferència de la funció  $\chi(x)$  que només pren els valors extrems 0 o 1. Els passos a seguir són:

1. Escollir un domini de referència  $\Omega$  amb les corresponents condicions de contorn i forces exteriors.
2. Definir un material compost com una repetició periòdica d'una cel·la unitària amb un o més forats (Fig. 3.4).



Fig. 3.4. Exemples de cel·les unitàries (el gris representa el material i el blanc representa el buit). [4]

3. Calcular les propietats d'una cel·la del compost utilitzant la teoria de la homogeneïtzació [4] en funció de la mida dels forats. Es prenen un seguit de cel·les, per exemple sis, i cadascuna amb una mida de forat diferent. A cada cel·la se li aplica una o més forces en una o més direccions i les condicions de contorn necessàries per calcular les propietats mecàniques ( $E, \nu$ ) en cada una de les direccions. Per exemple, el mòdul elàstic en una determinada direcció s'aïllaria a partir de la següent expressió:

$$F = AE \frac{\Delta L}{L}$$

El procediment es repeteix fins a obtenir cada component del tensor de cada una de les sis cel·les. Els resultats s'interpolen per tal de tenir el tensor elàstic per cada mida de forat, és a dir, per a cada densitat de la cel·la (Fig. 3.5).

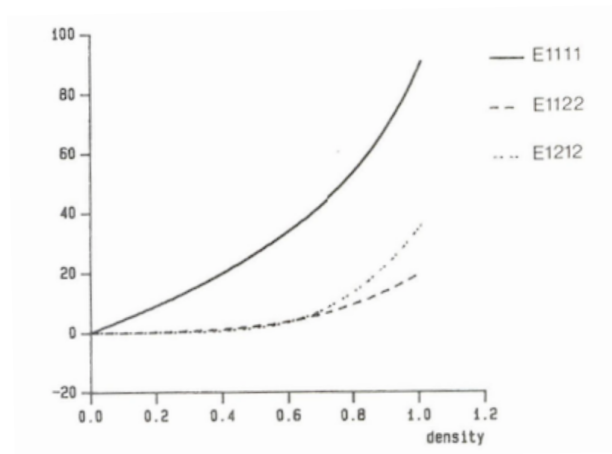


Fig. 3.5. Interpolació de les components del tensor elàstic  $E_{ijkl}$  en funció de la densitat. [4]

4. Conceptualment, es malla el domini de referència  $\Omega$  amb tot de cel·les iguals (Fig. 3.6). En realitat, la malla és d'elements finits amb una densitat  $\mu$  constant en tot el domini.

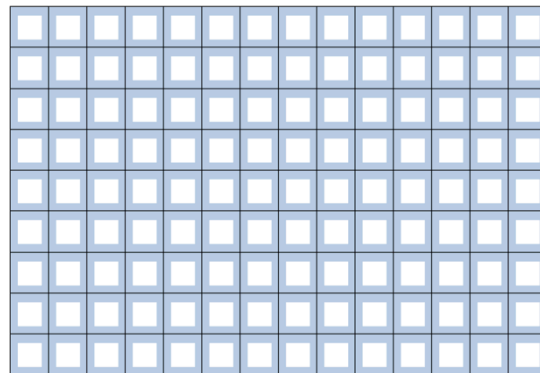


Fig. 3.6. Representació del mallat mitjançant cel·les iguals.

5. Calcular la distribució òptima de les cel·les amb diferents mides dels forats dins del domini  $\Omega$  (Fig. 3.7). En realitat, es tracta el problema d'optimització com un problema de dimensionament amb la densitat com a variable (3.2).

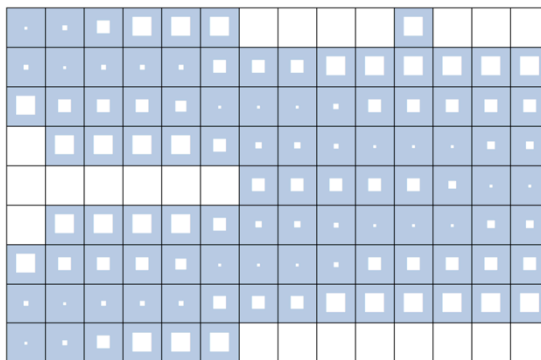


Fig. 3.7. Distribució òptima de les cel·les.

6. Interpretar la distribució òptima del material, eliminant aquelles cel·les amb material que no segueixen el disseny de la forma clara ( Fig. 3.8).

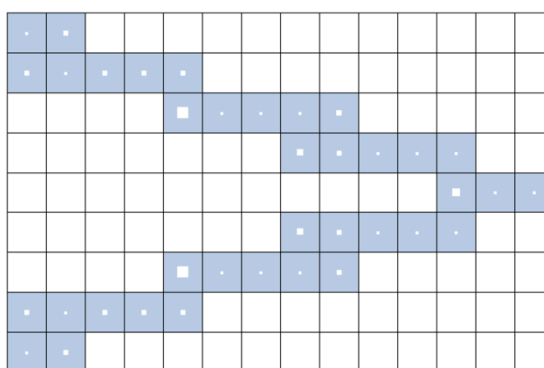


Fig. 3.8. Interpretació del resultat de la distribució òptima del material.

Tal i com es descriu al pas 3, el càlcul del tensor elàstic depèn de la densitat  $\mu = 1 - \alpha$ , la qual s'obté a partir de la mida del forat de la cel·la  $\alpha = A^2$ , essent  $A$  la mida del costat del forat (se suposen cel·les de dimensions unitàries). A partir de la relació  $E_{ijkl} = E_{ijkl}(\alpha)$  es redefineix el tensor constitutiu com

$$E_{ijkl}(\alpha) = \mu(\alpha) \bar{E}_{ijkl}$$

on la densitat interpola les propietats del material entre 0 i  $\bar{E}_{ijkl}$ :

$$E_{ijkl}(\mu = 0) = 0 \quad E_{ijkl}(\mu = 1) = \bar{E}_{ijkl}$$

D'aquesta manera, si tots els elements d'un cos tenen densitats extremes 0 i 1, el resultat és un disseny amb elements blancs (de densitat 0 i, per tant, buits) i negres (de densitat 1 i, per tant, plens).

i es reformula el problema general d'optimització estructural com

$$\min_{u \in \alpha} l(u) \quad (3.2)$$

subjecte a:

$$a_E(u, v) = l(v), \quad \text{per tot } v \in U$$

$$\int_{\Omega} \mu \, dx \leq V, \quad 0 \leq \mu \leq 1$$

Abans d'acabar aquest apartat, remarcar que als passos 4 i 5 del mètode d'homogeneïtzació les cel·les són en realitat elements finits i cal tenir-ho present a l'hora de resoldre el problema d'optimització (3.2). En realitat, l'homogeneïtzació es pot entendre com una qüestió conceptual. Un cop es tenen les dades dels tensors per cada cel·la amb diferent mida de forat (pas 3), es malla el domini  $\Omega$  amb elements finits, no cel·les (pas 4). Quan es resol (3.2), s'assigna a cada element de manera òptima una densitat en funció de la cel·la que correspondria a aquell element (pas 5). D'aquesta manera, el domini ja no està dividit en cel·les amb forats, si no que està format per elements d'igual mida però diferent densitat i, per tant, diferent matriu constitutiva.

### 3.3.2. Mètode del material sòlid i isotròpic amb penalització

El mètode que es presenta en aquesta secció és el que utilitza el programari ANSYS Workbench, tal i com es justifica a l'apartat 4.1. ANSYS Workbench, a l'hora d'optimitzar topològicament el disseny d'una peça. A més, aquest mètode segueix l'estructura del mètode d'homogeneïtzació però pretén aconseguir un disseny amb elements totalment plens de material o totalment buits. Per aquests motius, les explicacions del mètode d'homogeneïtzació i d'aquest mètode són més extenses que les dels següents.

De la mateixa manera que fabricar peces amb forats de diferent mida és quasi impossible, fabricar parts amb diferents densitats també resulta molt complicat. Per això Bendsøe defineix [5]  $E_{ijkl}(x)$  tal que depengui d'un factor de penalització  $p$  que faci tendir les densitats intermitges a valors més propers als valors extrems 0 i 1 i així obtenir un disseny amb elements buits o totalment plens.

$$E_{ijkl}(x) = \mu^p(x) \bar{E}_{ijkl}$$

Aquest procés es coneix com a metodologia per a microestructures isotròpiques sòlides amb penalització (*Solid Isotropic Microstructure with Penalization* o SIMP). A l'hora d'optimitzar amb el mètode SIMP s'ha de fixar el paràmetre de penalització  $p$ . A l'hora de fixar-lo cal tenir en compte que no interessen les densitats intermitges ja que són difícils de fabricar. Per això, d'acord amb Bendsøe i Sigmund a [5], cal escollir un valor de  $p$  tal que el cost del

material que seria utilitzat per a fabricar les densitats intermitges sigui molt elevat en comparació amb la poca rigidesa que aquestes densitats aporten al disseny. Així doncs, els autors escullen  $p > 1$  per assegurar que no és econòmic tenir densitats intermitges. Anant més enllà, per problemes subjectes a la restricció de volum, els autors asseguruen que l'experiència mostra que per obtenir topologies blanc-negre (densitats 0 i 1) s'ha d'escollir  $p \geq 3$ . Per contra, si el factor de penalització és massa gran normalment s'arriba a un mínim local i s'obté un resultat molt sensible a l'elecció del disseny inicial. En aquest mateix article es recomana incrementar a cada càlcul el valor de  $p$  fins aconseguir el disseny final. Ara bé, no hi ha garantia que aquest disseny final tingui una topologia blanc-negre.

Un cop feta la penalització, s'obté un cos amb elements de densitats molt pròximes als valors 0 i 1. Per fabricar la peça cal "arrodonir" cap als valors extrems i, per això, s'introdueix un valor llindar per sota del qual els elements prenen densitat 0 (s'eliminen) i per sobre del qual prenen densitat 1 (es conserven).

Per la literatura es dedueix que el factor de penalització  $p$  és un factor rellevant i encara objecte d'estudi. Per això, en aquest treball s'estudia l'efecte de  $p$  i es comparen els resultats amb les conclusions de l'experimentació de Bendsøe i Sigmund [5]. A més, aquest treball també compara els resultats amb les complicacions que presenten a [5]. A continuació es recullen les principals complicacions del mètode SIMP però la seva comprovació i comparativa amb les simulacions fetes en aquest projecte es presenten a 4.2.2. Variació dels paràmetres que influencien l'optimització topològica.

### 3.3.2.1. Complicacions del mètode SIMP

La primera complicació d'aquest mètode es l'aparició del patró de tauler d'escacs a l'hora d'obtenir els resultats de l'optimització topològica. Aquest patró correspon a regions on s'alternen elements plens i elements buits de tal manera que sembla un tauler d'escacs (*Fig. 3.9*). L'origen de l'aparició del patró de tauler d'escacs està relacionat amb les característiques de l'aproximació dels elements finits i, més concretament, aquest model d'elements finits assigna a les zones del tauler una rigidesa superior a la que realment tenen i, per això, l'algoritme d'optimització no els elimina.

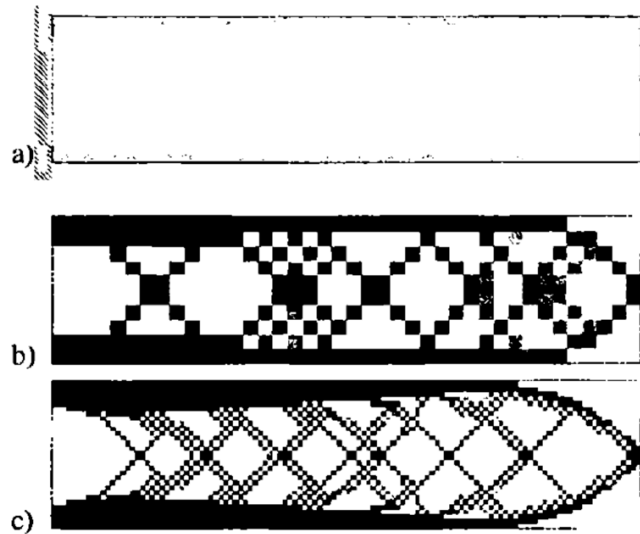


Fig. 3.9. El problema del patró de tauler d'escacs: a) disseny, b) solució amb 400 elements i c) solució per 6400 elements [5]

El segon problema que presenta el mètode SIMP és la estreta dependència dels resultats de l'optimització topològica respecte el mallat. S'aconsegueixen diferents solucions òptimes a partir de diferents mides dels elements del mallat. Idealment, s'espera que un mallat més refinat aportí resultats amb els límits millor definits i amb la mateixa estructura òptima. Per contra, una es troba que al refinar en excés el mallat el disseny òptim té més detalls i és qualitativament diferent a la solució quan el mallat és menys fi (*Fig. 3.10*). Aquesta complicació apareix perquè a l'hora de refinar el mallat dins del domini  $\Omega$  es crea un disseny estructural a una escala menor a la del domini  $\Omega$ .

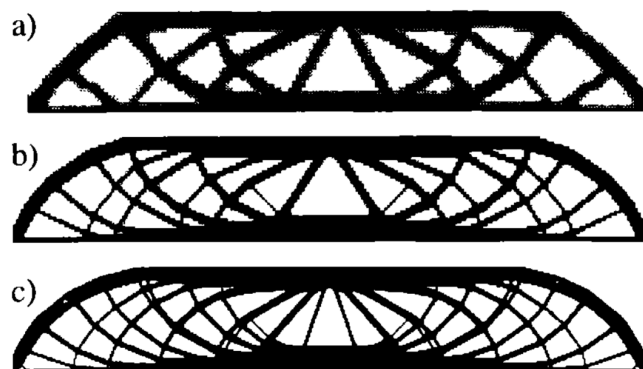


Fig. 3.10. El problema de dependència del mallat: resultat de l'optimització amb un mallat de a) 2700, b) 4800 i c) 17200 elements. [5]

### 3.3.3. Mètode de l'optimització estructural evolutiva

A continuació es presenta breument el tercer mètode d'optimització topològica que, tot i no



tenir implicació en la part pràctica d'aquest projecte, sí amplia la visió sobre com es pot enfocar el procés d'optimització topològica.

L'optimització estructural evolutiva (*Evolutionary Structural Optimization* o ESO) es basa en fer anàlisis per elements finits d'una estructura i entrenar el software perquè segueixi un camí d'evolució particular.

En primer lloc es fa l'anàlisi de l'estructura mallada sota condicions de contorn i càrregues i s'aconsegueix la distribució de tensions. A la majoria d'escenaris el material no s'utilitza efectivament i per això es pretén eliminar el material innecessari amb un criteri de rebuig (*rejection criterion* o RC). Per exemple, si es pren la tensió de von Mises com a RC, s'eliminen els elements amb una tensió de von Mises inferior a una fracció (*rejection ratio* o RR) de la màxima tensió de von Mises que experimenta l'estructura. El procés d'anàlisi de l'estructura i d'eliminació d'elements a partir de la RR es repeteix fins arribar a un estat estable. Aleshores s'afegeix una taxa d'evolució (*evolution rate* o ER) a la RR i es repeteix el procés iteratiu d'anàlisi i eliminació fins a un nou estat estable. Aquest procés evolutiu segueix fins aconseguir l'objectiu desitjat.

No és necessari cap remallat, només cal imposar el valor 0 als elements eliminats i ignorar-los a la matriu de rigidesa. A mesura que es van eliminant els elements, el nombre d'equacions a resoldre pel software és menor.

Tot i semblar un mètode molt precari, fer l'optimització estructural amb l'ESO permet fer un seguiment de cada etapa que segueix l'estructura fins arribar a la forma òptima. Per tal d'entendre visualment aquest mètode, es recomana consultar els exemples de [8].

### 3.3.4. *Level Set Method*

Per últim s'introdueix breument el *Level Set Method* (LSM). Aquest mètode pretén resoldre un problema d'optimització similar al plantejat pel mètode de l'homogeneïtzació i el mètode SIMP, ( 3.2 ).

$$\min_{\partial\Omega} J(u) = \int_{\Omega} F(u) d\Omega \quad ( 3.3 )$$

subjecte a:

$$a_E(u, v) = l(v) , \quad \text{per tot } v \in U$$

$$\int_{\Omega} d\Omega < V_{max}$$

La formulació de ( 3.3 ) es fa seguint el plantejament que apareix a [9] però la nomenclatura segueix sent la que s'ha utilitzat per formular ( 3.1 ). Al problema apareixen dos termes nous:

$\partial\Omega$  és la frontera de la part del domini que conserva material i  $F(u)$  és una determinada magnitud geomètrica o física.

La idea d'aquest problema d'optimització és trobar la frontera  $\partial\Omega$  òptima del domini que conservi material  $\Omega$  de tal manera que es minimitzi la funció objectiu  $J(u)$ . A ( 3.1 ) i ( 3.2 ),  $J(u)$  representa el treball realitzat per les càrregues exteriors. En el cas del mètode LSM  $J(u)$  podria ser una altra funció objectiu, però a la majoria d'exemples que s'han vist a la literatura també s'adopta el treball de les forces externes, o l'energia de deformació interna, com a funció  $J(u)$ .

El què diferencia el mètode LSM és el fet que no es treballa ni amb porus com a l'homogeneïtzació ni amb densitats com al mètode SIMP. El LSM treballa directament amb la frontera  $\partial\Omega$  de la porció del domini que no és eliminada. Aquesta frontera es modelitza mitjançant la tècnica matemàtica dels *Level Set Models*, sobre la que no s'inclou cap explicació en aquest treball donada la seva complexitat. Aquesta tècnica permet modelar de forma eficaç les variacions que pateix la frontera  $\partial\Omega$  durant el procés d'optimització fins a arribar a la configuració òptima, tal com mostra la Fig. 3.11.

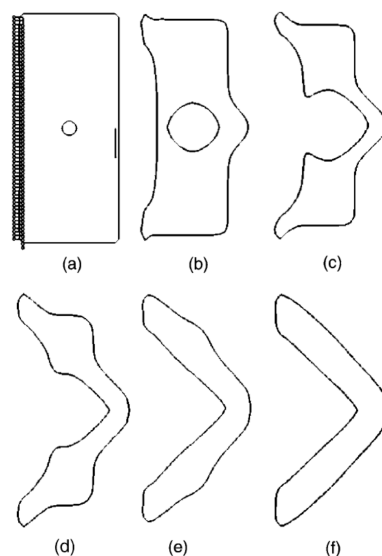


Fig. 3.11. Resultats de les iteracions del procés d'optimització utilitzant el mètode LSM [9].

A l'anterior figura s'observa que el mètode LSM no és un mètode d'optimització de forma [4]. Aquests mètodes també treballen amb les fronteres del sòlid, però sempre parteixen d'una forma de la peça ja definida i l'optimització només fixa les dimensions de les diferents parts que la componen. Per contra, el LSM busca una forma òptima dins un domini inicial genèric i, per tant, es pot considerar pròpiament un mètode d'optimització topològica.

Hi ha certs inconvenients a altres mètodes d'optimització estructural que farien escollir el

mètode LSM a l'hora de treballar amb un disseny. El mètode d'homogeneïtzació implica l'ús d'un material amb porus de mida infinitesimal i forma específica que impossibilita la manufactura directa de l'estructura i, a més, fa el mètode molt sensible a les variacions de càrrega. A la pràctica, les parts sòlides i buides haurien de ser macroscòpiques. Per resoldre aquest problema l'homogeneïtzació utilitza un factor de penalització (mètode SIMP) i tècniques de postprocessament. L'inconvenient d'aquesta alternativa és que es perd la simplicitat pròpia del mètode. Sembla ser que el mètode LSM resol aquesta problemàtica d'una forma més elegant, tal com s'intueix a partir de figures com la Fig. 3.11.

### 3.4. Fabricació per addició

Normalment els mètodes d'optimització de topologia s'utilitzen per abordar problemes de disseny d'estructures amb els processos de fabricació tradicionals, com la fosa i el mecanitzat. Els processos tradicionals comporten una sèrie de restriccions que s'han de tenir en compte durant el procés de disseny per assegurar que el disseny sigui factible, com seria un espai per manipular l'eina en el cas del mecanitzat. Aquestes limitacions obliguen a trobar un punt mig entre aconseguir el disseny òptim i un disseny fàcil de fabricar. Cal assenyalar que la majoria de restriccions ja s'inclouen durant el procés d'optimització topològica però que a vegades és molt difícil incorporar-les al procés.

A diferència del mètodes tradicionals que poden ser de sostracció si s'elimina material o conformació si s'utilitza un motlle, la fabricació per addició (*additive manufacturing* o AM) construeix la peça capa a capa. La AM utilitza polímers i, més recentment, metalls per fabricar, prototips i parts d'un únic ús o vida curta. El procés requereix un model assistit per ordinador (*computer-aided design* o CAD) de la peça. El model es divideix en seccions molt fines i transversals a l'eix de sortida del material. Aquestes seccions transversals són emplenades una per una amb diferents processos que impliquen un làser, un feix d'electrons, un broquet d'extrusió o un broquet d'injecció. Aquesta metodologia a capes permet fabricar peces més complexes i més properes a l'estructura òptima real sense la necessitat d'augmentar la inversió econòmica.

#### 3.4.1. Reptes de l'utilització dels mètodes d'optimització topològica per AM

Malgrat els beneficis de la AM, també apareixen dificultats pràctiques quan es combina aquesta tècnica amb l'optimització topològica. La primera dificultat apareix a l'hora de mallar la peça per procedir amb l'optimització topològica. Com més refinada és la malla del disseny, més complexa pot arribar a ser la peça optimitzada i augmenten les possibilitats d'aconseguir el disseny òptim real. Per altra banda, cal tenir en compte que només es trobarà la topologia òptima si la malla permet representar-la. A arrel d'aquests fets, es podria assumir que el procediment encertat seria dissenyar la malla el més refinada possible ja que la complexitat de la peça optimitzada tampoc augmentaria el cost de producció. Tot i així, cal

considerar que cada element representa una variable de disseny i, per tant, el refinament comportaria complicacions durant la fase de disseny. Per això, només s'utilitzarà una mida mínima d'element en components molt petits.

En segon lloc, hi ha una sèrie de consideracions a tenir presents durant la fabricació. Per exemple, hi ha alguns processos de la AM que requereixen estructures de suport. La necessitat d'aquestes estructures depèn de la geometria de la peça que es vol fabricar així que també existeix l'opció de variar el disseny perquè la peça pugui aguantar-se per ella mateixa. Prescindir dels suports redueix el cost del post-procés d'eliminació d'aquests mentre que utilitzar-los i eliminar-los posteriorment implica reduir material. L'elecció del procés depèn de si es prioritza reduir costos de fabricació o reduir el pes de la peça, respectivament.

Per últim, cal resoldre com tractar el disseny de la peça optimitzada perquè es pugui fabricar. En els processos de fabricació tradicionals, es suavitza la topologia per reduir els efectes dels elements dels límits i es passa el resultat a una representació CAD de forma manual. En el cas de la AM, el nivell de complexitat del disseny és tal que no té sentit fer la conversió a un CAD manualment. Hi ha alternatives a utilitzar el format CAD, com el STL. Mentre el software CAD facilita el canvi de geometria i el muntatge amb altres components, el software STL també tenen les eines per portar a terme les accions bàsiques de post-optimització, com suavitzar els límits i reanalitzar el comportament de la peça amb una anàlisi FEM més acurat.

### **3.4.2. Oportunitats de l'utilització dels mètodes d'optimització topològica per AM**

Si bé encara existeixen contratemps a l'hora d'utilitzar la fabricació per addició, aquesta tècnica ofereix clars avantatges davant els mètodes tradicionals. Tal i com s'ha explicat a la secció de mètodes per a l'optimització topològica, l'algoritme SIMP penalitza les densitats intermitges per tal d'aconseguir dissenys discrets i fer assequible la fabricació tradicional. Ara bé, aquesta simplificació implica que la topologia optimitzada és menys òptima que si les densitats no haguessin estat penalitzades. A vegades és convenient no penalitzar i utilitzar, per exemple, microestructures o compostos com a alternativa a les densitats intermitges.

Una opció és assimilar les densitats intermitges a cel·les amb un patró de gelosia tal i com es mostra a la *Fig. 3.12*. Interpolant el resultat de l'escala de grisos de les densitats i substituint cada píxel per una cel·la, s'aconsegueix una estructura com la de la *Fig. 3.13*.

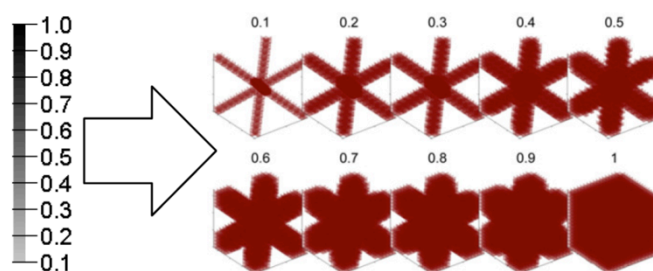


Fig. 3.12. Assimilació de les densitats intermitges a cel·les amb patró de gelosia.

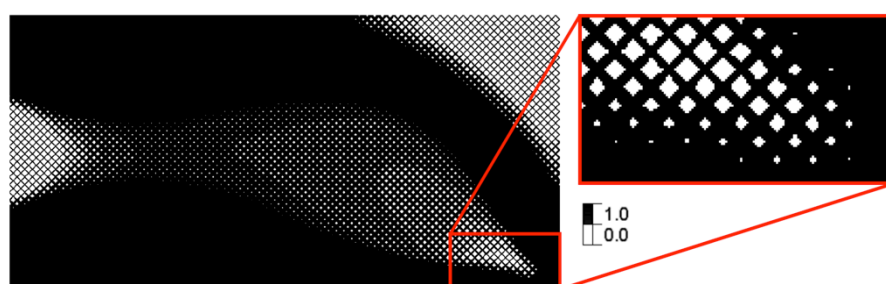


Fig. 3.13. Resultat de la substitució dels píxels per cel·les.

Alternativament, els processos de la AM basats en l'ús de broquetes són capaços de treballar amb múltiples materials. Amb aquesta tècnica, es poden utilitzar materials de diferents densitats per substituir les densitats intermitges del mètode SIMP. Una altra possibilitat és controlar la densitat del material mitjançant la variació de paràmetres de fabricació. En el cas de l'ús de làser, la potència d'aquest té un efecte significatiu en la porositat de la peça quan la densitat és superior al 60%. Per tant, aquesta alternativa seria útil parcialment i encara s'hauria de penalitzar les densitats inferiors al 60%.

## 4. Exemples de la literatura

### 4.1. ANSYS Workbench

Un dels grans reptes d'aquest projecte ha estat l'aprenentatge autodidacta del programari ANSYS Workbench. La versió utilitzada és la versió acadèmica d'ANSYS 19.0. Aquesta versió incorpora dos programaris per definir el disseny d'una estructura i per fer diferents anàlisis d'aquesta: ANSYS Discovery SpaceClaim i ANSYS Mechanical, respectivament. Ambdós són programes intuïtius però, arrel de no tenir cap experiència prèvia, ha calgut la consulta de vídeos tutorials i manuals online, així com la pràctica del prova i error, per dur a terme les simulacions exposades en aquest treball.

Precisament s'ha deduït a base d l'exploració que el mètode d'optimització topològica que utilitza ANSYS Mechanical per dur a terme les simulacions d'optimització és el mètode SIMP. Els indicis que han portat a aquesta conclusió són el paràmetre  $p$  i el valor llindar característics del mètode SIMP i que el programari requereix definir. No s'ha trobat cap manual ni article que especifiqui explícitament que ANSYS Mechanical utilitza aquest o algun altre mètode per a l'optimització topològica.

#### 4.1.1. Consideracions

Mirant cap el futur, s'ha fet un recull de totes les consideracions i opcions dels programaris que s'han après i utilitzat en aquest projecte per tal que algú se'n pugui beneficiar en pròxims treballs on s'hagi de manejar l'ANSYS Workbench. Cal tenir en compte que aquest projecte només contempla les anàlisis estructurals de peces, sota càrrega i condicions de contorn, abans i després d'optimitzar la seva topologia i que, per tant, les eines i opcions descobertes són útils en aquest escenari. Per tal de facilitar la futura consulta d'aquest recull de consideracions, es divideix la informació apresada en els passos a seguir per arribar a l'anàlisi de la peça optimitzada. En primer lloc s'utilitza el mòdul incorporat Static Structural per al bloc inicial, després s'optimitza aquest bloc amb el mòdul Topology Optimization i finalment s'analitza la peça optimitzada amb un altre mòdul Static Structural.

##### 4.1.1.1. Anàlisi estructural estàtic del bloc inicial

En aquest projecte les anàlisis estructurals es fan en 2D ja que s'estudien casos bàsics on les condicions de contorn i les càrregues aplicades estan en el mateix pla (tensió plana). Per això, un cop fet el disseny clicant a Geometry del mòdul Static Structural i abans de procedir amb l'anàlisi estructural a Model, cal seleccionar a les opcions de Geometry fer l'anàlisi en 2D.

A continuació s'obra el Model i el primer que cal comprovar són les unitats que utilitza ANSYS Mechanical a Tools del menú principal superior. Cal que les unitats coincideixin amb les utilitzades al programari Spaceclaim quan es dissenya el bloc inicial. A l'hora de procedir a aplicar la malla s'ha de fixar la mida del l'element quadràtic. A aquest projecte es troba la mida del costat de l'element dividint per 50 i per 100 l'alçada del bloc inicial. A Size Function, dins del menú del mallat, hi ha la possibilitat de definir el tipus de funció que segueix el programari a l'hora de distribuir la mida de la malla. En el cas del bloc inicial, es forma el mateix mallat independentment del tipus de funció de mallat però caldrà canviar-la quan es malli la peça ja optimitzada.

Després de mallar, s'apliquen les càrregues i condicions de contorn. En els exemples bàsics treballats en aquesta lectura, les càrregues són forces puntuals i per aplicar-les no és viable procedir com si s'apliqués la càrrega a vèrtex, costats o cares. En primer lloc cal definir el punt on es vol aplicar la força: a les eines del menú superior s'escull l'eina de selecció de nodes i se selecciona un node de la malla del bloc. Aleshores amb el botó dret s'obre el llistat d'operacions aplicables, se selecciona Create Named Selection i es dona un nom qualsevol al punt creat. Al menú superior se selecciona l'eina Direct FE i, dins aquesta, Nodal Force. En el menú que s'obre un cop seleccionada la funció per aplicar la força nodal se selecciona a Named Selection el punt anomenat i s'escriu el valor i signe d'aquesta força. Remarcar que en aquest projecte les forces es tracten com a vectors i per això cal seleccionar l'opció de Vector al menú que apareix a la pantalla quan s'aplica la càrrega.

En el cas de canviar la geometria quan ja s'ha obert el Model, cal tancar ANSYS Mechanical, clicar amb el botó dret l'apartat Model del mòdul de Static Structural i seleccionar Reset. Aleshores es torna a carregar la geometria tornant a clicar sobre Model. Si el que es vol es canviar algun paràmetre i tornar a fer l'anàlisi, no és necessari tancar el programari sinó que s'ha d'esborrar els càlculs previs clicant amb el botó dret a Static Structural i seleccionar Delete All Generated Data.

#### **4.1.1.2. Optimització topològica**

Quan ja s'ha fet l'anàlisi estàtica del bloc inicial amb totes les càrregues i condicions de contorn aplicades, s'optimitza la peça amb el mòdul de Topology Optimization. Dins del programari ANSYS Mechanical es realitza l'optimització topològica segons les condicions imposades. Una condició que es pot escollir és si es vol o no mantenir les regions on s'apliquen la càrrega i els enllaços exteriors. Per tal d'aconseguir els resultats esperats dels exemples de les referències bibliogràfiques, en aquest treball s'opta per prescindir d'aquestes regions si s'escau per a l'optimització.

#### 4.1.1.3. Anàlisi estructural estàtic de la peça optimitzada

Aquest últim pas de l'estudi ha estat el més complicat ja que a l'hora d'importar la geometria del disseny optimitzat el programari presenta un missatge d'error. L'explicació extensa del problema i la corresponent solució es presenta al següent apartat 4.1.2. Problemes i la seva solució. Ara bé, per evitar altres errors cal comprovar que a les opcions de Geometry s'ha seleccionat 2D o 3D, segons convingui.

#### 4.1.2. Problemes i la seva solució

Al llarg del procés de disseny de la peça optimitzada han sorgit dificultats que s'han superat a base de prova i error. Per tal d'alleugerar la feina de futures simulacions amb ANSYS Workbench, en aquest apartat es presenten els diferents contratemps i la solució que se'ls ha aplicat.

El primer gran problema que necessita solució és la importació amb èxit de la peça optimitzada al mòdul Static Structural i obrir-la a ANSYS Mechanical clicant a Model. Aquest pas és necessari per tal de fer l'anàlisi estructural de la peça optimitzada i comparar els resultats amb l'anàlisi del bloc inicial. Un cop importada la peça i modificada la geometria a SpaceClaim tal i com es mostra al vídeo tutorial de [10], s'obra el Model i sorgeix una incompatibilitat. En el cas de modificar la geometria i convertir-la en una superfície 2D, el programari no és capaç d'obrir l'ANSYS Mechanical quan es clica Model. Per altra banda, si es modifica la geometria i es converteix la peça en una en 3D de gruix unitari (en mm), es pot obrir ANSYS Mechanical però no es pot resoldre l'anàlisi. A base de prova i error, s'han trobat dues possibles solucions per continuar amb l'anàlisi. La primera opció consisteix en, després d'importar la geometria optimitzada i convertir-la en una en 3D de gruix unitari (en mm), es guarda en format IGES. Aleshores s'obre un nou mòdul Static Structural i s'importa la geometria en format IGES. Aquest cop clicant a Model, s'obre el programari ANSYS Mechanical amb la figura optimitzada importada i es possible realitzar l'anàlisi estàtic. La segona opció, la qual ha estat utilitzada en aquest treball, és modificar la geometria optimitzada copiant els punts de la geometria importada i enganxar els punts al mateix pla per crear una nova superfície. Aleshores s'elimina la geometria importada, es divideix la superfície nova en totes les superfícies que la componen i s'eliminen les superfícies dels forats de la peça. A l'apartat 2.7. *Anàlisi dels resultats optimitzat de l'Annex 2* hi ha una explicació més extensa d'aquest procediment.

Altres problemes que han sorgit al llarg de l'estudi són: l'aplicació de forces puntuals, l'aplicació de forces puntuals en dos o més passos i, en alguns exemples, aconseguir resultats similars als de la literatura. L'aplicació de forces puntuals ja s'ha explicat anteriorment a l'apartat 4.1.1.1. Anàlisi estructural estàtic del bloc inicial i es presenta detalladament a l'apartat 2.4. *Aplicació de la càrrega de l'Annex 2*. També en aquest últim



apartat es descriu com aplicar forces en passos consecutius. La problemàtica d'aconseguir que els resultats de les simulacions s'assemblin als de la literatura es dona en els Exemples 5, 6, 7 i 8, els quals suporten més d'una força puntual. Com a la literatura no estan definides les distàncies dels punts d'aplicació de les forces respecte els extrems de la figura, es juga amb la posició relativa d'aquests punts d'aplicació per aconseguir els resultats desitjats.

Un últim problema al qual no s'ha trobat solució és la limitació del valor del factor de penalització  $p$ . A l'hora de fer l'estudi sobre els factors que afecten l'optimització topològica, s'ha experimentat amb el valor màxim al que es pot fixar  $p$ . A alguns exemples  $p$  pot fixar-se fins a 11 mentre que a d'altres si es dona un valor superior a 6 la simulació dona error. S'ha resolt que en aquest l'estudi el que interessa és que el valor sigui com a mínim el doble de 3, que és el valor mínim que recomanen Bendsøe i Sigmund a [4]. Per això aquestes simulacions es faran amb valors de  $p$  entre 6 i 11, en funció de l'exemple.

## 4.2. Simulació dels exemples

Tenint en compte totes les consideracions anteriorment esmentades se simulen nou exemples [5], [6] de la literatura de l'article [3]. Aquests nou exemples són d'interès perquè estudien l'optimització topològica a partir del mètode SIMP, el qual és el mètode que utilitza el programari ANSYS Workbench per efectuar les simulacions d'optimització topològica.

L'estudi dels exemples està dividit en tres parts. Primer se simulen els nou exemples seleccionats de la literatura especificant que el material és acer inoxidable. Inicialment es pretenia fer les simulacions només amb material DLP però com que durant els primers mesos de l'estudi encara no s'havien assajat les seves propietats, es va decidir utilitzar el material definit per defecte al programari, l'acer inoxidable, i reconduir l'estudi. En aquesta primera part només es pretén comparar l'optimització topològica dels exemples mitjançant l'ANSYS Workbench amb els resultats presentats a la literatura. A aquesta comparació es valora si dues peces són qualitativament idèntiques o almenys semblants, és a dir, si la distribució de material (número i disposició de branques de material i forats) és la mateixa o quasi. La següent part consta en la variació de paràmetres que segons la literatura influeixen en l'optimització topològica. Per a aquesta segona part només s'estudien cinc dels nou exemples, cadascun dels quals representa a una família, i el material segueix sent acer inoxidable. Per a la última part de l'estudi, es continua treballant amb els cinc exemples anteriors però adjudicant a les peces les propietats del material DLP i comparant els resultats amb els dels apartats anteriors.

### 4.2.1. Optimització topològica de peces d'acer inoxidable

A la primera part de l'estudi se simulen els nou exemples amb ANSYS Workbench per

comprovar que la simulació de l'optimització topològica dóna resultats similars als de la literatura. Per a aquest primer grup de simulacions el material utilitzat és acer inoxidable i s'escull la mida de l'element del mallat dividint l'alçada de la figura en 50 divisions. A més, s'efectua l'optimització amb un factor de penalització  $p = 3$  i es decideix retenir un 25% del volum de la peça sense optimitzar en cas que la literatura no especifiqui el volum a retenir. El valor llindar es fixa a 0,5; és a dir, s'eliminen tots aquells elements amb una densitat inferior a 0,5 i es conserven aquells elements amb densitats superiors o iguals a 0,5.

L'Exemple 1, l'Exemple 2 i l'Exemple 3 són inicialment un bloc ple de material de 50, 100 i 150 mm d'allargada, respectivament, i 50 mm d'alçada i, per tant, la mida d'element del mallat és d'1 mm. Les condicions de contorn i el punt d'aplicació d'una força de 500 N es mostren a la Fig. 4.1. Els resultats comparatius es presenten a la Fig. 4.2, la Fig. 4.3 i la Fig. 4.4, on es mostra que per tots tres exemples l'optimització topològica obtinguda mitjançant el programari ANSYS Workbench és qualitativament quasi idèntica a la de la literatura però amb les branques de material més amples.

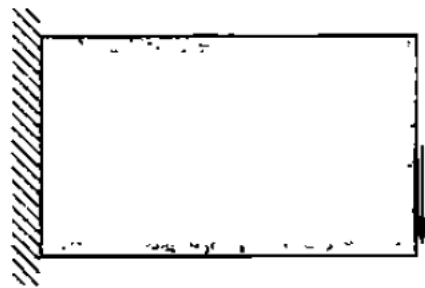


Fig. 4.1. Disseny inicial de l'Exemple 1, l'Exemple 2 i l'Exemple 3 a la literatura [5].

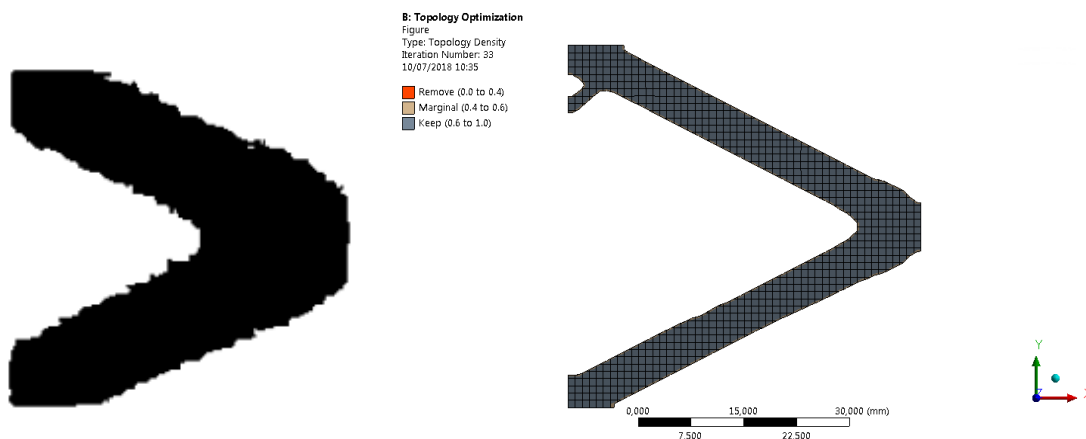


Fig. 4.2. Disseny optimitzat de l'Exemple 1 a la literatura [5] (esquerre) i a ANSYS Workbench (dreta).

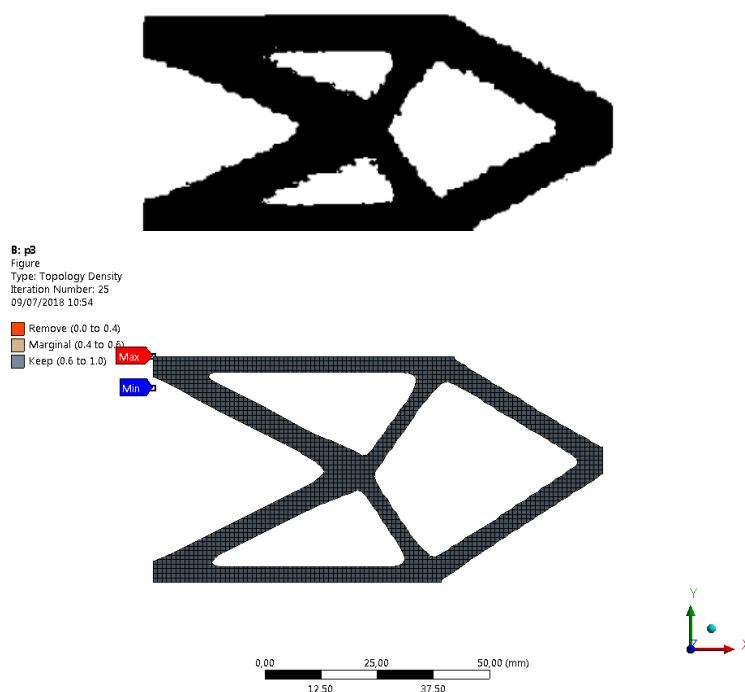


Fig. 4.3. Disseny optimitzat de l' Exemple 2 a la literatura [5] (superior) i a ANSYS Workbench (inferior).

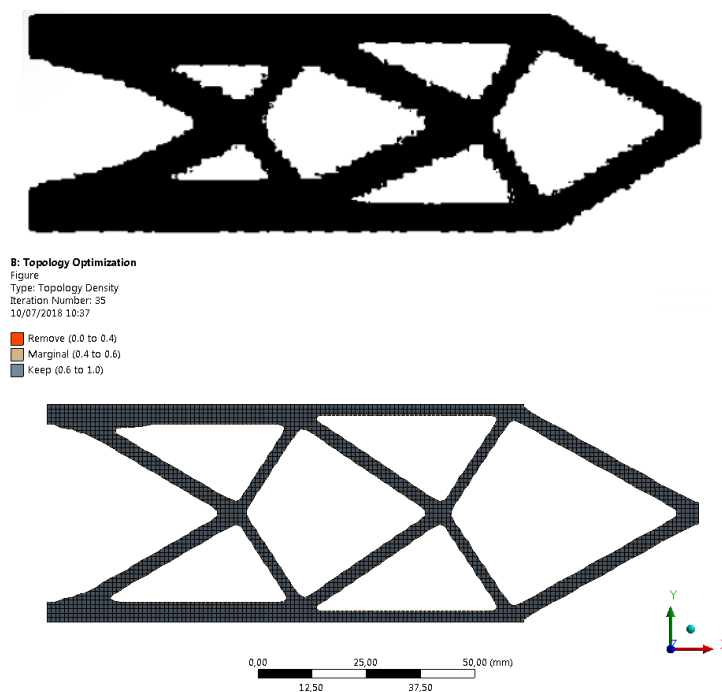


Fig. 4.4. Disseny optimitzat de l' Exemple 3 a la literatura [5] (superior) i a ANSYS Workbench (inferior).

L'Exemple 4 és inicialment un bloc ple de material de 200 mm d'allargada i 50 mm d'alçada i, per tant, la mida d'element del mallat és d'1 mm. Les condicions de contorn i el punt d'aplicació d'una força de 100 N es mostren a la Fig. 4.5. En aquest cas, la literatura específica que el volum retingut és el 30%. Els resultats comparatius es presenten a la Fig. 4.6, on es mostra que el procés d'optimització topològica amb ANSYS Workbench distribueix el material tal que es formin els cinc triangles que també apareixen a l'optimització de la literatura. Tot i així, el disseny optimitzat amb ANSYS Workbench presenta connexions de material que, en el cas de ser eliminades en un següent pas del procés de disseny per facilitar la fabricació de la peça, caldria comprovar si tenen gran influència en l'estat de tensió i deformació total que pateix la peça.

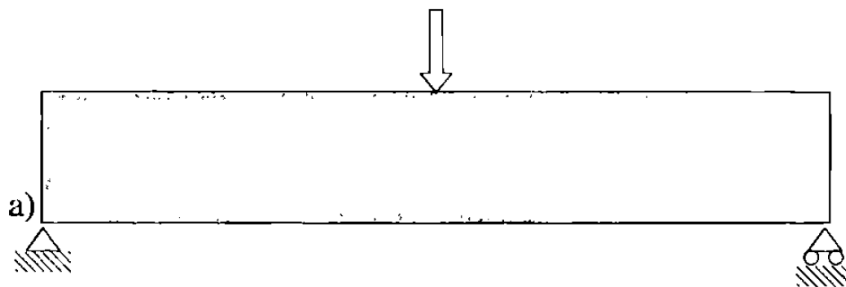


Fig. 4.5. Disseny inicial de l'Exemple 4 a la literatura [5].

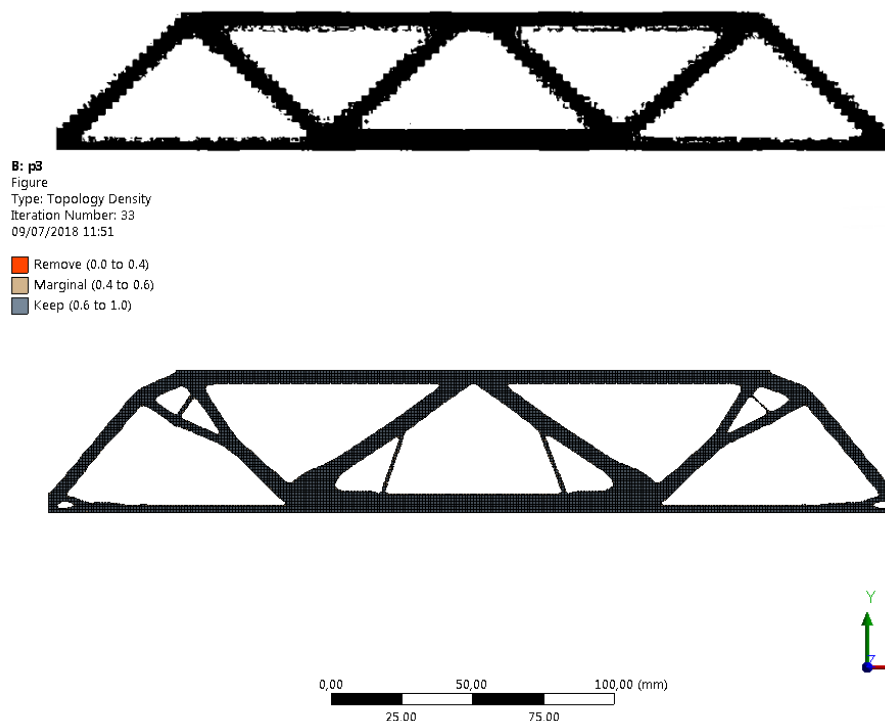


Fig. 4.6. Disseny optimitzat de l'Exemple 4 a la literatura [5] (superior) i a ANSYS Workbench (inferior).

L'Exemple 5 i l'Exemple 6 són inicialment un bloc ple de material de 100 mm d'allargada i 50 mm d'alçada i, per tant, la mida d'element del mallat és d'1 mm. Les condicions de contorn i els punts d'aplicació de dues forces de 100 N es mostren a la Fig. 4.7. En el cas de l'Exemple 5 les dues càrregues s'apliquen a la vegada; en canvi, a l'Exemple 6 s'aplica primer una càrrega i després s'aplica només l'altra càrrega. Per una banda, els resultats de l'Exemple 5 (Fig. 4.8) mostren que els dos dissenys són pràcticament idèntics. Per altra banda, els resultats de l'Exemple 6 (Fig. 4.9) mostren dissenys qualitativament més diferents. El disseny optimitzat de la literatura presenta tres triangles ben diferenciats mentre que a l'optimització d'ANSYS Workbench, si bé s'intueix la divisió en tres triangles, apareixen connexions de material entre les branques principals dels triangles.

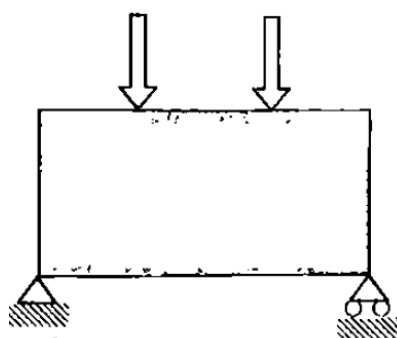


Fig. 4.7. Disseny inicial de l'Exemple 5 i l'Exemple 6 a la literatura [5].

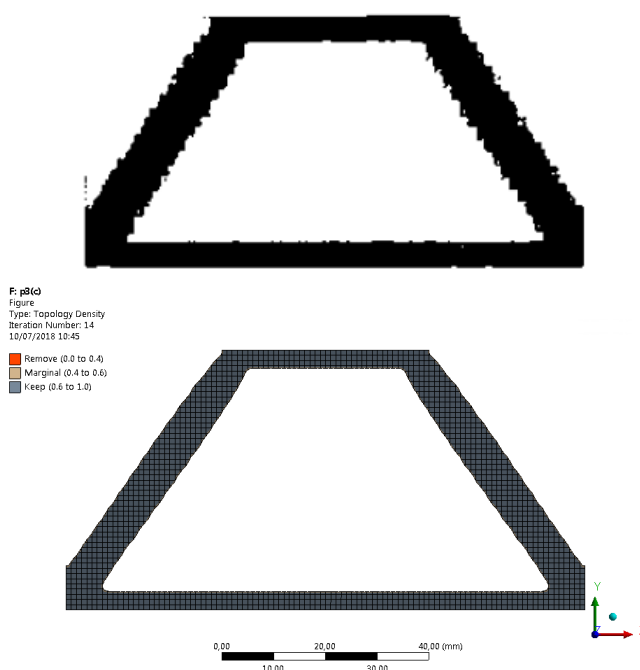


Fig. 4.8. Disseny optimitzat de l'Exemple 5 a la literatura [5] (superior) i a ANSYS Workbench (inferior).

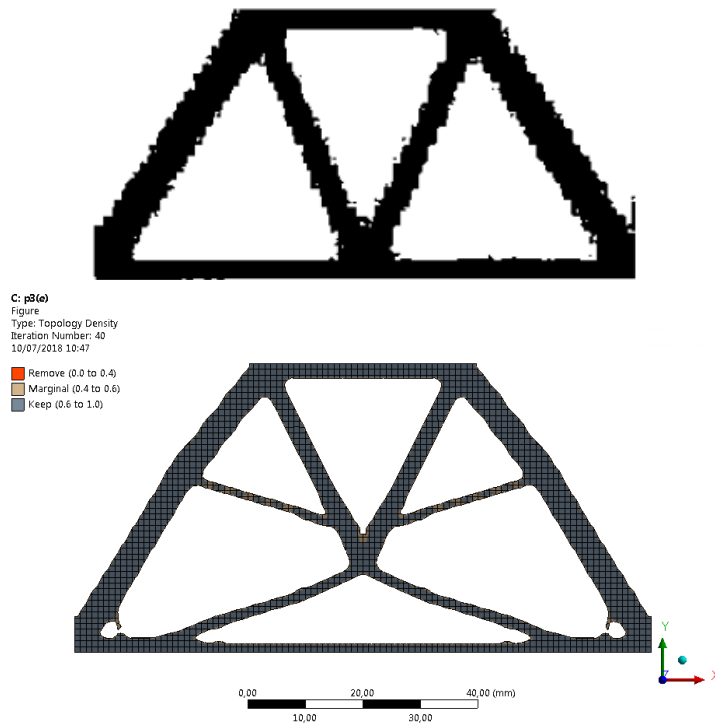


Fig. 4.9. Disseny optimitzat de l' Exemple 6 a la literatura [5] (superior) i a ANSYS Workbench (inferior).

L'Exemple 7 i l'Exemple 8 són inicialment un bloc ple de material de 200 mm d'allargada i 50 mm d'alçada i, per tant, la mida d'element del mallat és d'1 mm. Les condicions de contorn i els punts d'aplicació de tres forces de 100 N es mostren a la Fig. 4.10. En el cas de l'Exemple 7 les tres càrregues s'apliquen a la vegada; en canvi, a l'Exemple 8 s'aplica cada càrrega individualment en instants diferents i consecutius. A l'Exemple 5 (Fig. 4.11) el disseny obtingut amb ANSYS Workbench presenta cinc divisions principals com a la literatura però amb diferents proporcions. Tot i intuir-se que la simulació pretén reproduir la literatura, es considera que els resultats són qualitativament bastant diferents. A l'Exemple 8 (Fig. 4.12) també es distingeixen les mateixes divisions pels dos resultats però el disseny de la simulació del software té altres connexions de material que creen nous forats a la figura.

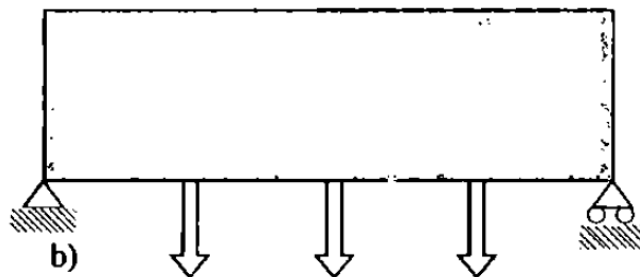


Fig. 4.10. Disseny inicial de l'Exemple 7 i l'Exemple 8 a la literatura [5].

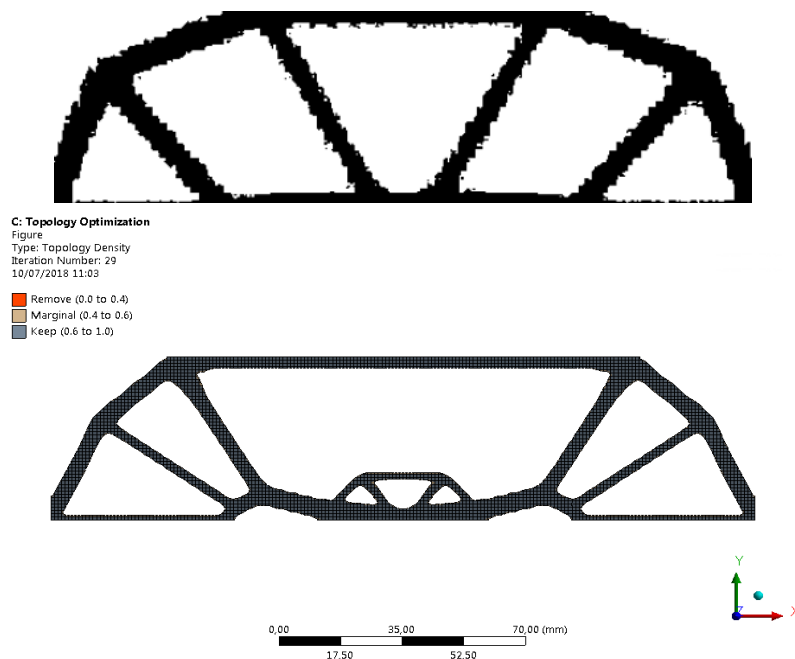


Fig. 4.11. Disseny optimitzat de l' Exemple 7 a la literatura [5] (superior) i a ANSYS Workbench (inferior).

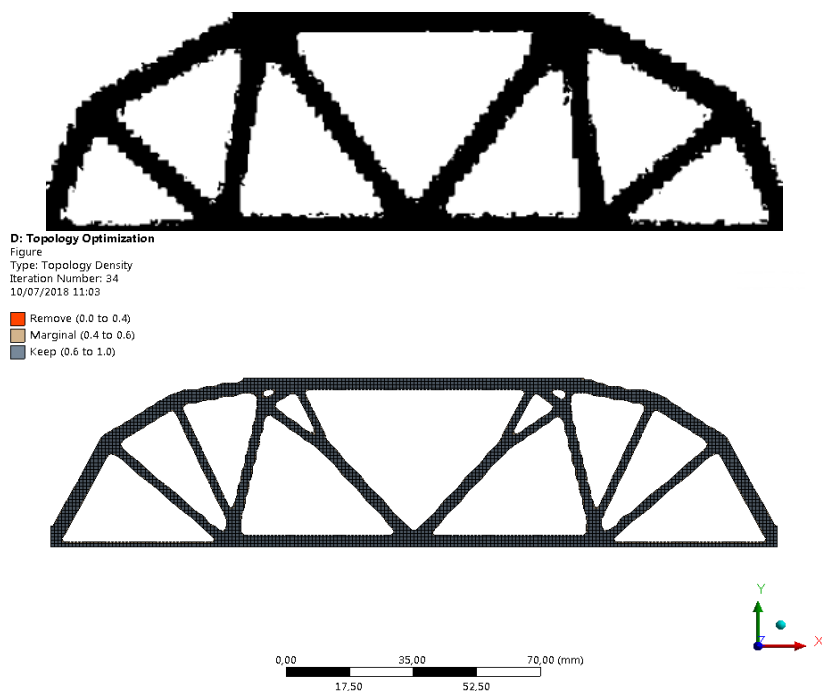


Fig. 4.12. Disseny optimitzat de l' Exemple 8 a la literatura [5] (superior) i a ANSYS Workbench (inferior).

Arrel dels resultats tant distants entre les simulacions amb ANSYS i la literatura en el cas de l'Exemple 7 i de l'Exemple 8, es busca una solució per aproximar més els resultats. Resulta

que augmentat el percentatge de retenció de volum a un 35% l'optimització amb el programari és més semblant a la literatura, tal i com es mostra a les Fig. 4.13 i Fig. 4.14. Per a la resta d'exemples sense especificació de volum retingut es repeteix la simulació retenint el 35% de volum. En aquests casos els resultats són més pròxims a la literatura quan es reté el 25% de volum i per això s'analitzen els resultats amb aquest percentatge.

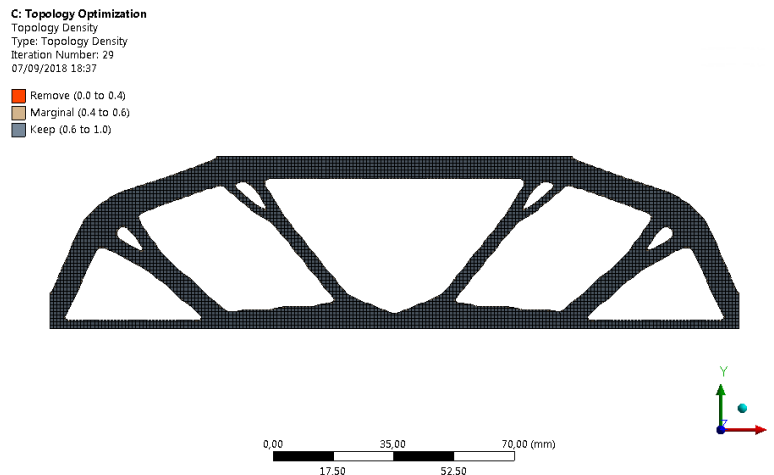


Fig. 4.13. Disseny optimitzat de l' Exemple 7 a ANSYS Workbench amb 35% de volum retingut.

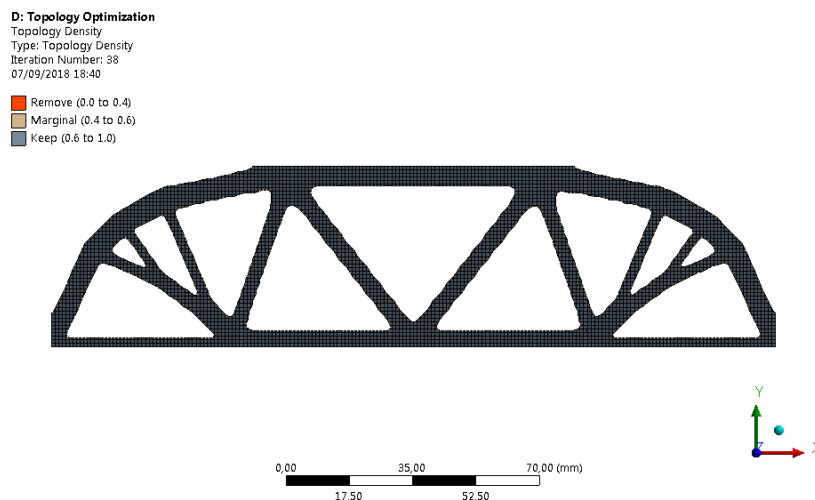


Fig. 4.14. Disseny optimitzat de l' Exemple 8 a ANSYS Workbench amb 35% de volum retingut.

L'Exemple 9 és inicialment un bloc ple de material de 55 mm d'allargada i 40 mm d'alçada i, per tant, la mida d'element del mallat és d'0,8 mm. Les condicions de contorn i el punt d'aplicació d'una força de 500 N es mostren a la Fig. 4.15. El bloc està travessat per un suport que es té en compte a l'hora de fer l'optimització (a l'apartat 2.6. *Optimització de la peça* de l'Annex 2 s'especifica com es té en compte el suport a ANSYS Workbench). Els



resultats comparatius es presenten a la Fig. 4.16, on es mostra que l'optimització topològica obtinguda mitjançant el programari ANSYS Workbench és molt similar a la de la literatura. És destacable que a la simulació de la literatura la distribució del material al voltant del suport és menys definida mentre que la simulació d'aquest treball reproduïx la distribució general del material de manera més nítida però amb les parts connectores de material més amples.

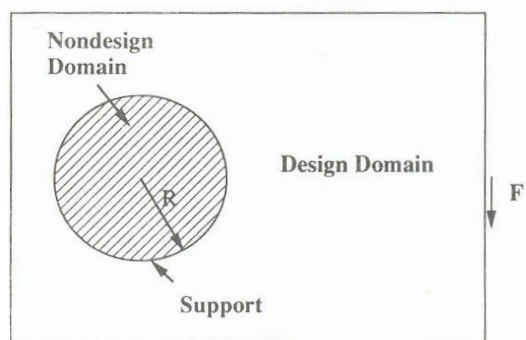


Fig. 4.15. Disseny inicial de l'Exemple 9 a la literatura [5].

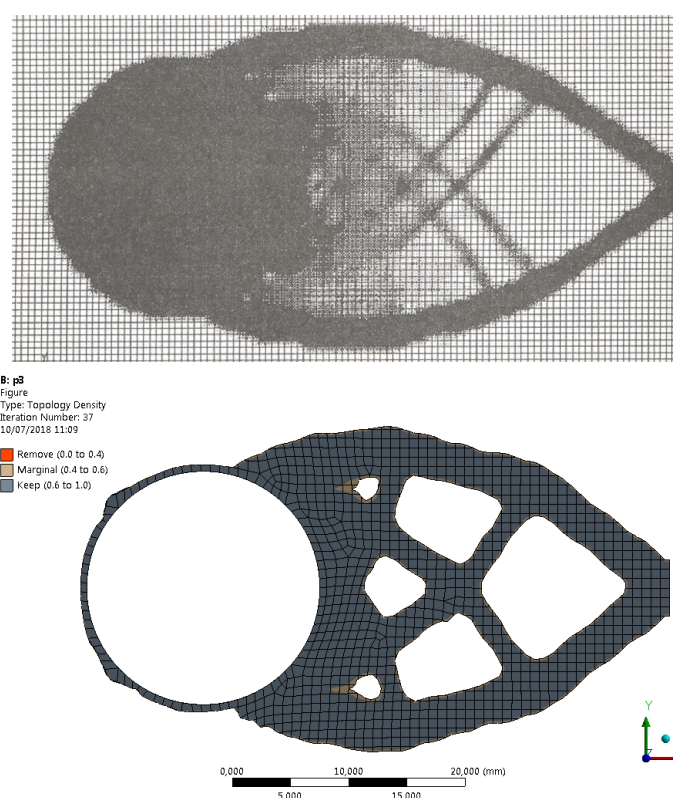


Fig. 4.16. Disseny optimitzat de l'Exemple 9 a la literatura [5] (superior) i a ANSYS Workbench (inferior).

Mentre els resultats de quatre dels nou exemples (Exemples 1, 2, 3, 5) són qualitativament

idèntics als de la literatura, la resta d'exemples presenten a les seves simulacions una distribució de material que va encaminada a semblar-se a la de la literatura però amb noves connexions de material i forats. Així doncs, es conclou que es poden obtenir resultats previsibles quan s'optimitza topològicament amb un element quadràtic, un factor de penalització  $p = 3$  i un valor llindar de 0,5. És important retenir el percentatge de volum adequat ja que és una restricció del problema ( 3.2 ) i, per tant, afecta al procés iteratiu de distribució de densitats; és adir, diferents percentatges de volum retengut resulten en diferents dissenys optimitzats.

#### 4.2.2. Variació dels paràmetres que influencien l'optimització topològica

La segona part de l'estudi se centra en analitzar com afecta la variació de dos paràmetres que participen en el procés d'optimització topològica als resultats de la simulació. Aquests paràmetres són la mida de l'element del mallat i el factor de penalització  $p$ . Se simulen només cinc exemples dels nou exemples seleccionats de la literatura. La selecció dels cinc exemples s'ha fet escollint un exemple representatiu de cada família, és a dir, només s'agafa un exemple d'entre aquells que tenen forma, condicions de contorn i càrregues similars però alguna dimensió diferent. Per a aquest segon grup de simulacions el material utilitzat és acer inoxidable, es reté un 25% del volum de la peça sense optimitzar en cas que la literatura no especifiqui el volum a retenir i es fixa el valor llindar a 0,5. Tal i com s'ha esmentat anteriorment, s'utilitza l'element quadràtic ja que, a l'hora de tantejar el programa, els resultats obtinguts amb l'element lineal no s'assemblen als de la literatura.

Els estudis de la variació dels dos factors no són independents sinó que es fixen dos mides d'element del mallat i per cada mallat es fixen tres valors de  $p$ . Com s'ha esmentat anteriorment, pel mallat s'escull un element quadràtic i es calcula la mida de l'element dividint l'alçada del disseny de la peça en 50 i en 100. S'escull dividir en 50 perquè l'alçada de la majoria dels exemples és de 50 mm i en 100 per comparar els resultats amb elements el doble de petits. Els valors que pren  $p$  són 3, (mínim recomanat a [4]), 1 (mínim admissible a ANSYS Workbench) i 6 o superior (com a mínim el doble del mínim recomanat).

A continuació es presenten els resultats de les simulacions de cada exemple. A cada imatge es presenta un exemple amb un tipus de mallat i els tres valors de  $p$  escollits. En primer lloc, si s'observen cadascuna de les següents figures (de Fig. 4.17 fins a Fig. 4.26) una s'adona que per tots els exemples, independentment del tipus de mallat, les simulacions fetes amb el mateix valor de  $p$  segueixen el mateix patró. Quan el factor de penalització  $p$  és 1 l'optimització resulta en una eliminació excessiva de material (es reté menys material del percentatge especificat a la simulació) i s'obtenen parts inconnexes de material. L'única excepció és l'Exemple 5 (Fig. 4.21 i Fig. 4.22), on tot el disseny sí està connectat però presenta parts de material molt estretes. Si el factor de penalització  $p$  és 3 els resultats obtinguts són dissenys amb una distribució de material molt semblant a la de la literatura, tal

i com s'ha analitzat a l'apartat anterior 4.2.1. Optimització topològica de peces d'acer inoxidable, i mantenen un percentatge de material molt proper a l'especificat. Pel el cas de  $p \geq 6$  a l'optimització es reté un percentatge lleugerament superior al especificat (entre 5% i 15% més) de material. Per una banda, els Exemples 1, 2 i 3 (de Fig. 4.17 a Fig. 4.22) presenten una distribució del material per  $p \geq 6$  semblant a la de les simulacions fetes amb  $p = 3$ . Tot i així, en el cas de l'Exemple 1 i de l'Exemple 6 quan  $p \geq 6$  apareixen camins de material que divideixen les parts buides en més forats, resultant en dissenys més complexes. Per l'altra banda, als resultats dels Exemples 4 i 5 (de Fig. 4.23 a Fig. 4.26) s'intueix el disseny obtingut amb  $p = 3$  però part del material es distribueix en zones que en el cas  $p = 3$  estan buides.

En segon lloc, es comparen els dos tipus de mallat per cada exemple i cada valor de  $p$ . S'observa que, si bé és cert que segueixen el mateix patró, els dos dissenys del mateix exemple amb mateix valor de  $p$  però diferent mallat són qualitativament diferents a la majoria dels resultats. En el cas de l'Exemple 1, per  $p = 1$  i  $p = 3$  els resultats de les simulacions pels dos tipus de mallat segueixen el mateix patró; és a dir, per  $p = 1$  els disseny amb 50 divisions i el disseny amb 100 divisions presenten parts inconnexes de material i per  $p = 3$  els resultats pels dos mallats són iguals als de la literatura. A més, es pot apreciar que els resultats dels dos mallats per cada valor de  $p$  són qualitativament quasi exactes, és a dir, els dissenys presenten els mateixos forats i connexions de material en els dos mallats. Ara bé, els resultats de  $p \geq 6$  segueixen el mateix patró però no són qualitativament idèntics ja que quan es canvia el mallat apareixen noves connexions de material. Per l'Exemple 4, els resultats pels dos mallats quan  $p = 1$  segueixen el mateix patró i són qualitativament idèntics. En canvi, quan  $p = 3$  i  $p \geq 6$  els dissenys varien d'un mallat a un altre, complicant-se quan es redueix la mida de l'element. L'Exemple 5 és l'únic que manté el patró i obté resultats qualitativament quasi exactes entre els dos tipus de mallat per cada valor de  $p$ . Pel que fa als Exemples 6 i 9, una es troba en el mateix cas que a l'Exemple 4.

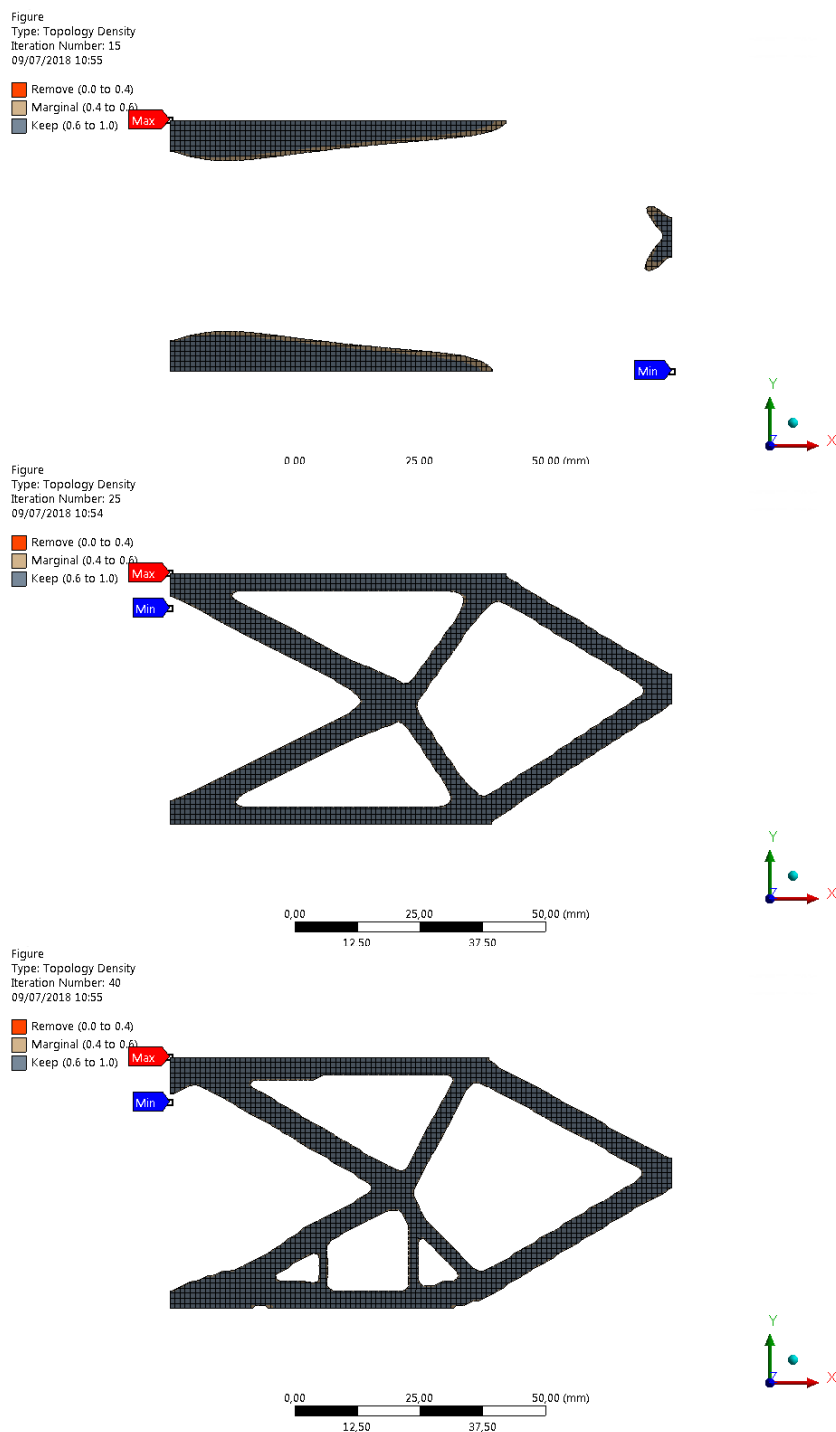


Fig. 4.17. Resultat de l'optimització de l'Exemple 1 amb elements de costat 1 mm i factor de penalització  $p$  igual a 1 (superior), 3 (mig) i 8 (inferior).

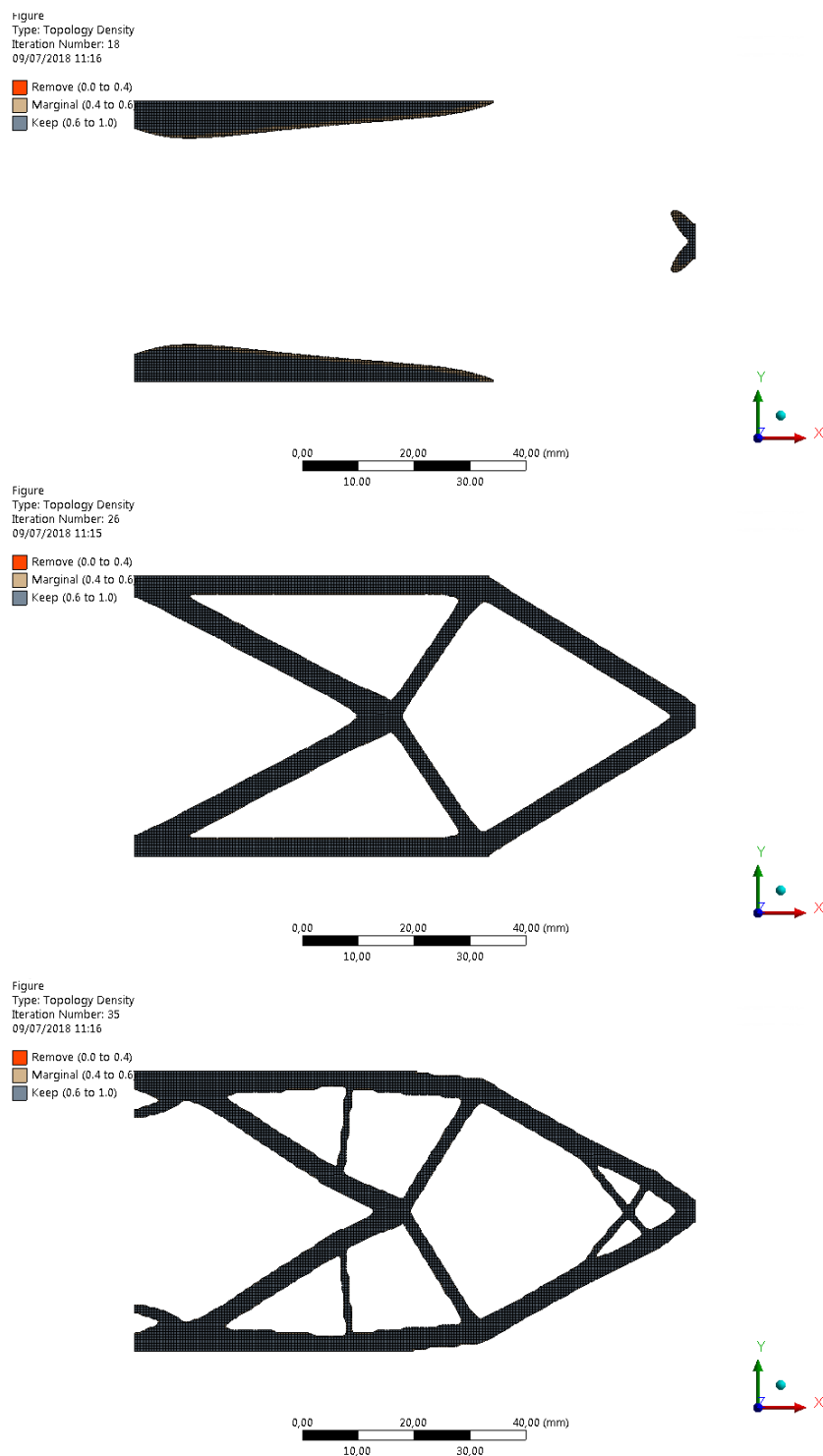


Fig. 4.18. Resultat de l'optimització de l'Exemple 1 amb elements de costat 0,5 mm i factor de penalització  $p$  igual a 1 (superior), 3 (mig) i 8 (inferior).

Figure  
Type: Topology Density  
Iteration Number: 15  
09/07/2018 11:52

Remove (0.0 to 0.4)  
Marginal (0.4 to 0.6)  
Keep (0.6 to 1.0)

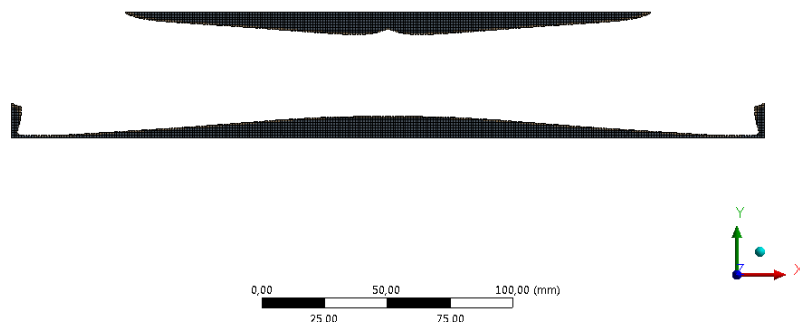


Figure  
Type: Topology Density  
Iteration Number: 33  
09/07/2018 11:51

Remove (0.0 to 0.4)  
Marginal (0.4 to 0.6)  
Keep (0.6 to 1.0)

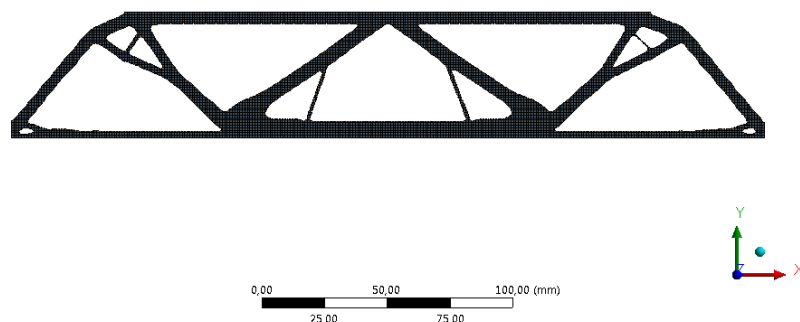


Figure  
Type: Topology Density  
Iteration Number: 49  
09/07/2018 11:52

Remove (0.0 to 0.4)  
Marginal (0.4 to 0.6)  
Keep (0.6 to 1.0)

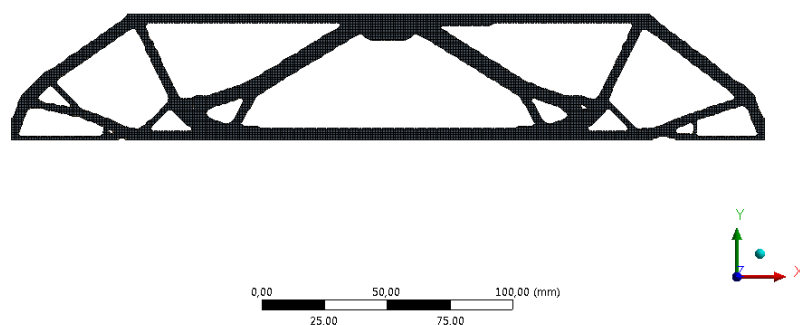


Fig. 4.19. Resultat de l'optimització de l'Exemple 4 amb elements de costat 1 mm i factor de penalització  $p$  igual a 1 (superior), 3 (mig) i 7 (inferior).

Figure  
Type: Topology Density  
Iteration Number: 15  
10/07/2018 11:23

Remove (0.0 to 0.4)  
Marginal (0.4 to 0.6)  
Keep (0.6 to 1.0)

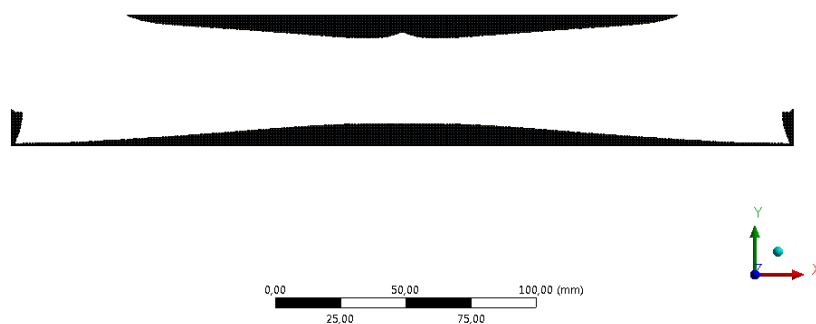


Figure  
Type: Topology Density  
Iteration Number: 28  
10/07/2018 11:23

Remove (0.0 to 0.4)  
Marginal (0.4 to 0.6)  
Keep (0.6 to 1.0)

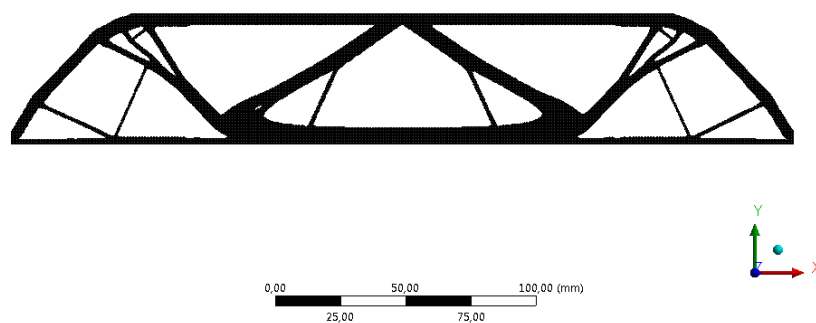


Figure  
Type: Topology Density  
Iteration Number: 50  
10/07/2018 11:23

Remove (0.0 to 0.4)  
Marginal (0.4 to 0.6)  
Keep (0.6 to 1.0)

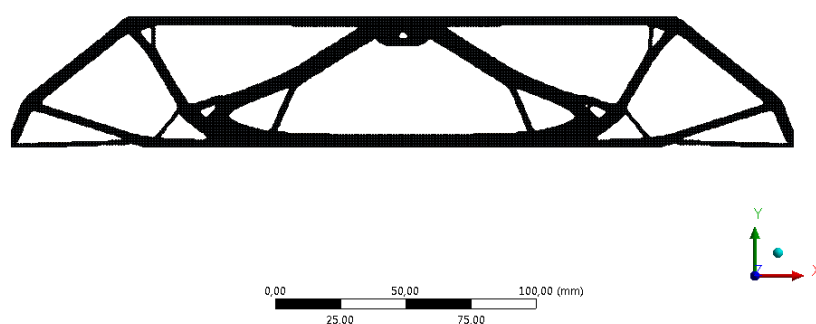


Fig. 4.20. Resultat de l'optimització de l'4 amb elements de costat 0,5 mm i factor de penalització  $p$  igual a 1 (superior), 3 (mig) i 6 (inferior).

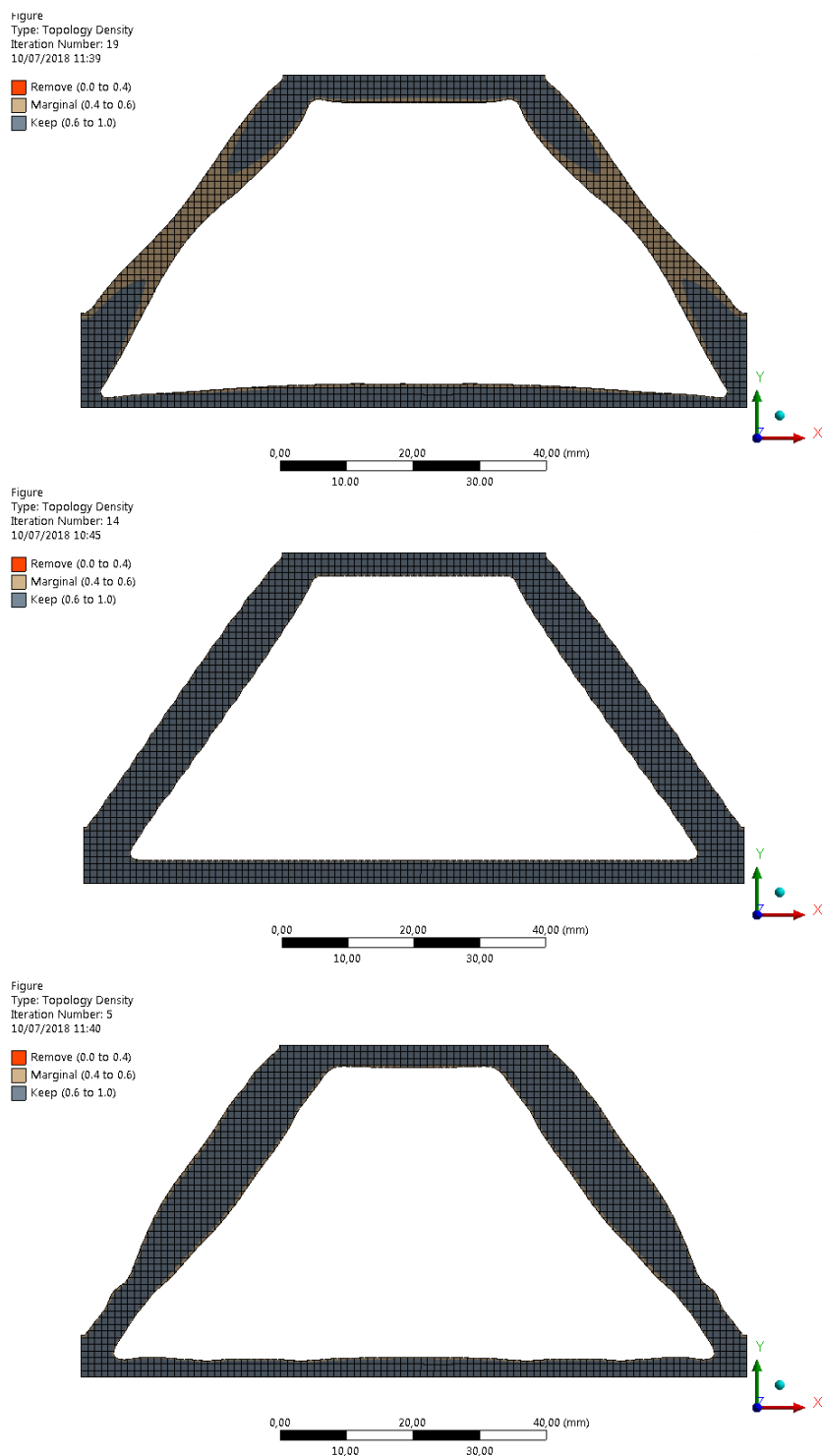


Fig. 4.21. Resultat de l'optimització de l'Exemple 5 amb elements de costat 1 mm i factor de penalització  $p$  igual a 1 (superior), 3 (mig) i 11 (inferior).



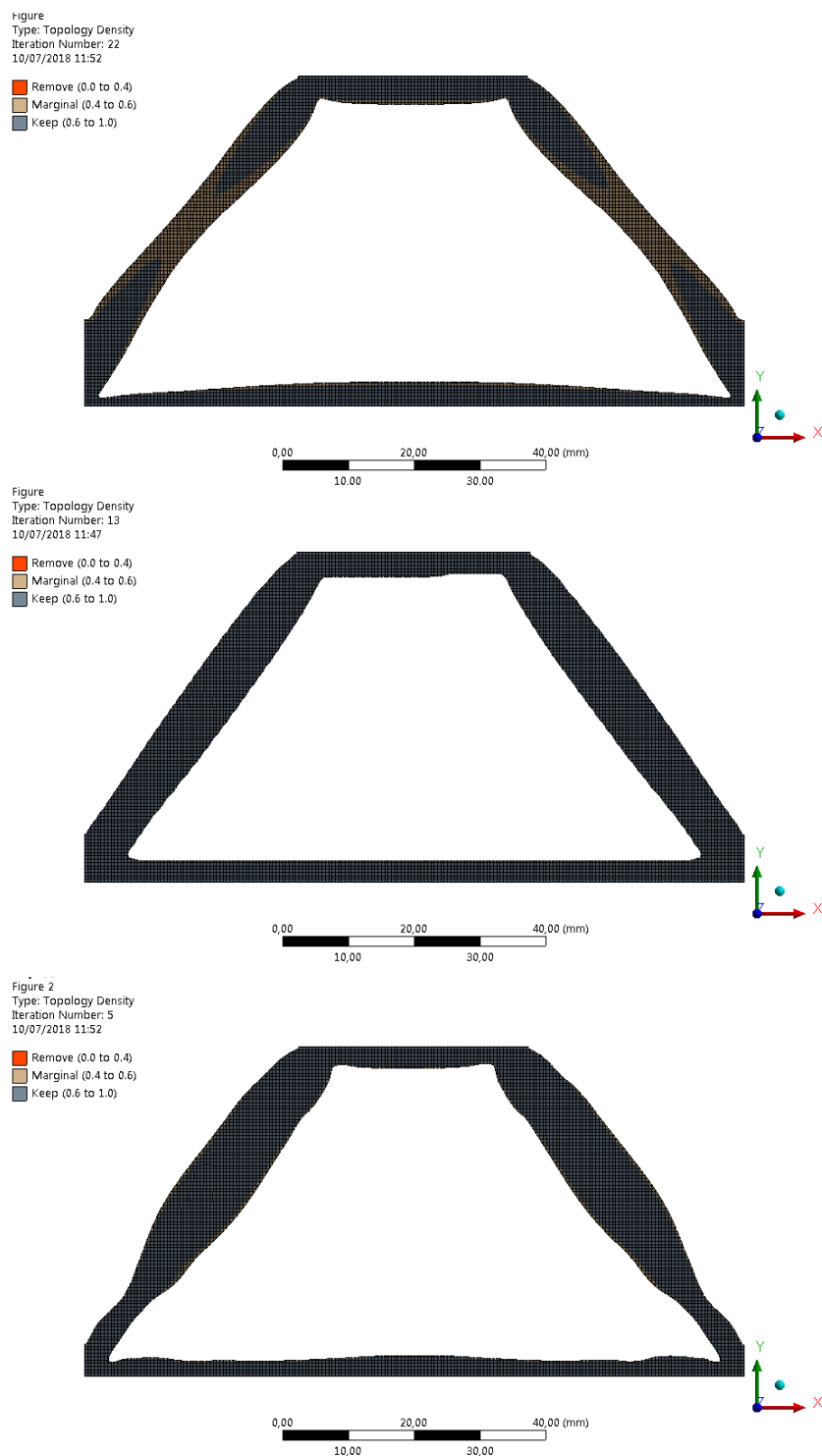


Fig. 4.22. Resultat de l'optimització de l'Exemple 5 amb elements de costat 0,5 mm i factor de penalització  $p$  igual a 1 (superior), 3 (mig) i 9 (inferior).

Figure  
Type: Topology Density  
Iteration Number: 12  
10/07/2018 11:40

Remove (0.0 to 0.4)  
Marginal (0.4 to 0.6)  
Keep (0.6 to 1.0)

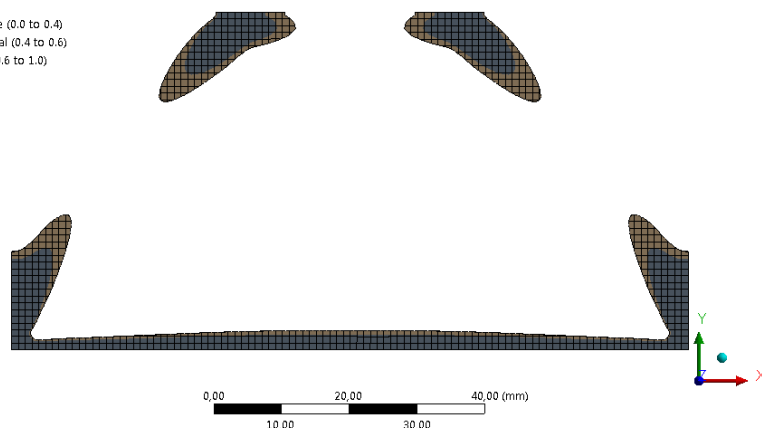


Figure  
Type: Topology Density  
Iteration Number: 40  
10/07/2018 10:47

Remove (0.0 to 0.4)  
Marginal (0.4 to 0.6)  
Keep (0.6 to 1.0)

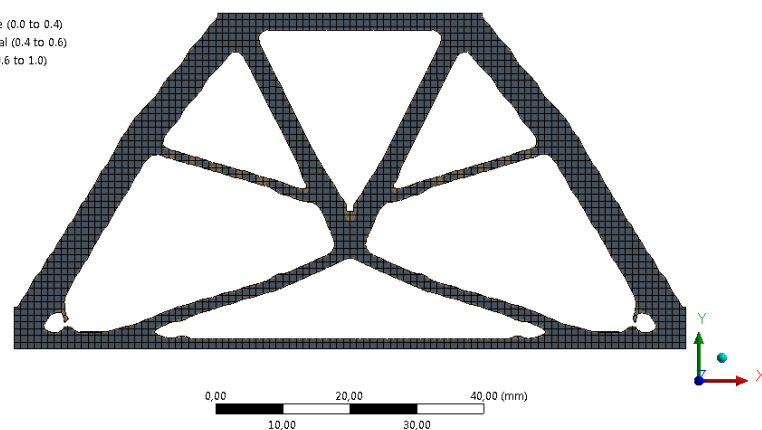


Figure  
Type: Topology Density  
Iteration Number: 11  
10/07/2018 11:41

Remove (0.0 to 0.4)  
Marginal (0.4 to 0.6)  
Keep (0.6 to 1.0)

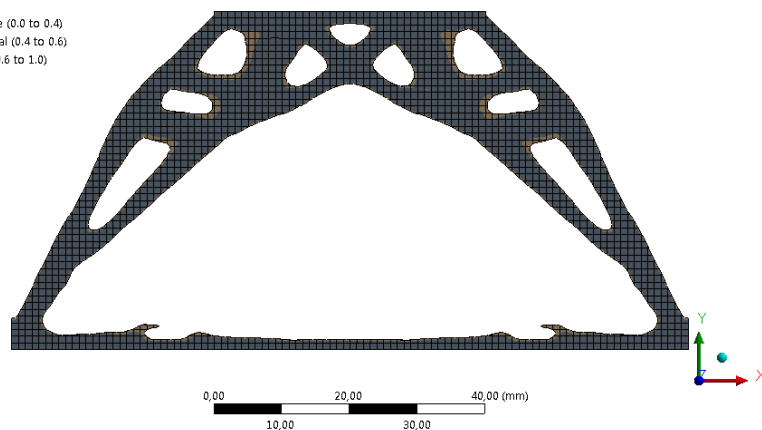


Fig. 4.23. Resultat de l'optimització de l'Exemple 6 amb elements de costat 1 mm i factor de penalització  $p$  igual a 1 (superior), 3 (mig) i 9 (inferior).

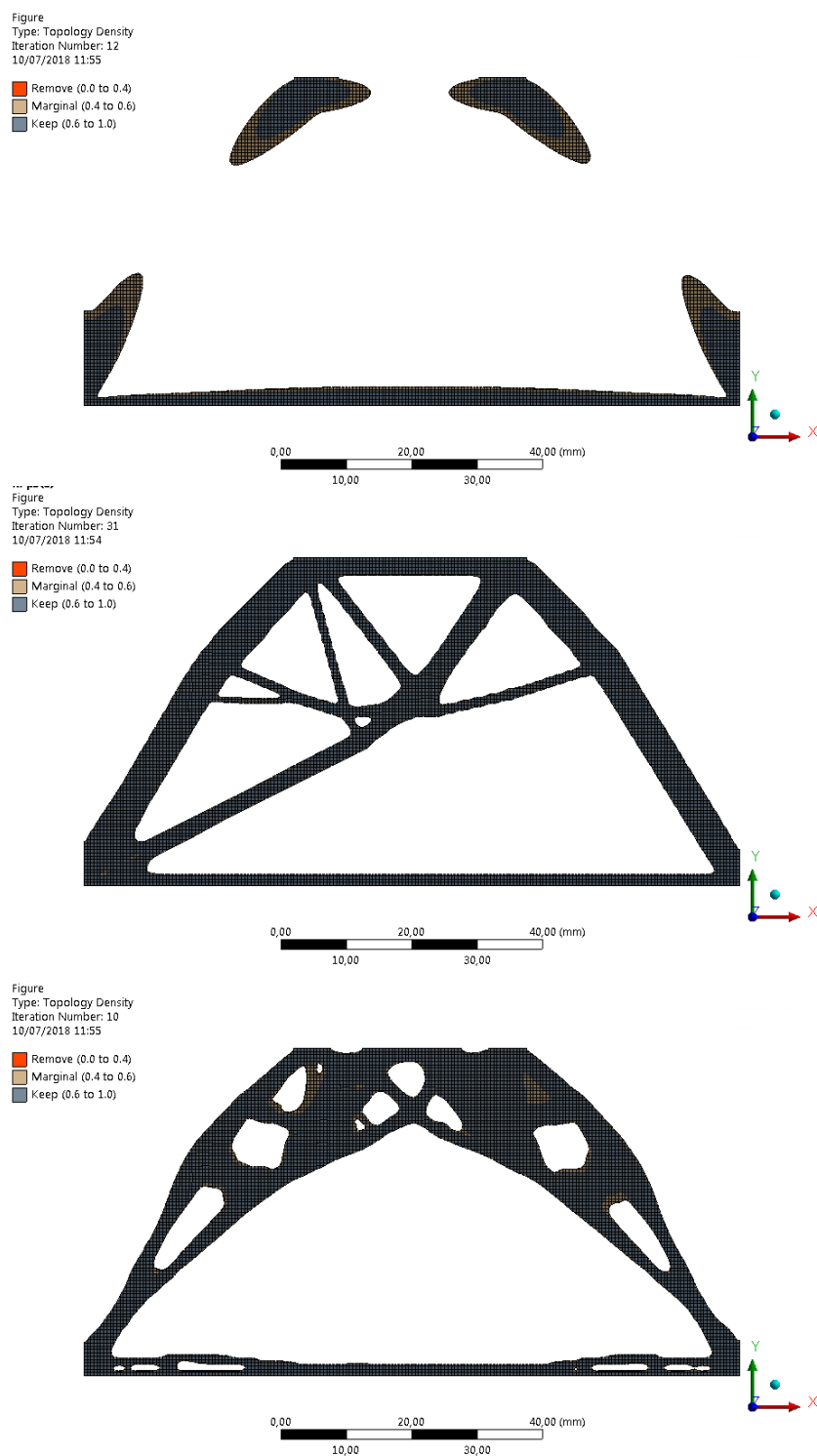


Fig. 4.24. Resultat de l'optimització de l'Exemple 6 amb elements de costat 0,5 mm i factor de penalització  $p$  igual a 1 (superior), 3 (mig) i 8 (inferior).

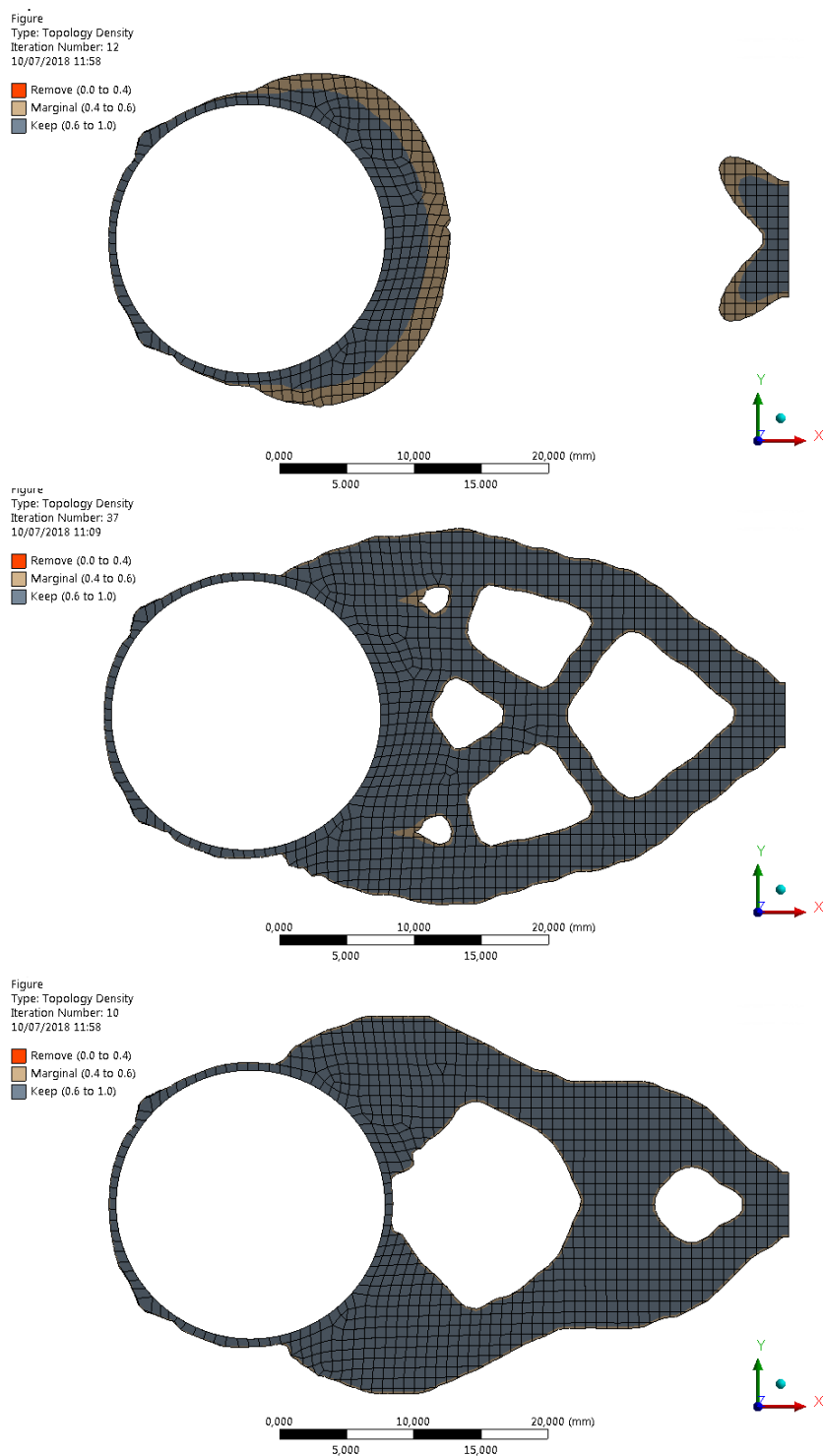


Fig. 4.25. Resultat de l'optimització de l'Exemple 9 amb elements de costat 0,8 mm i factor de penalització  $p$  igual a 1 (superior), 3 (mig) i 9 (inferior).

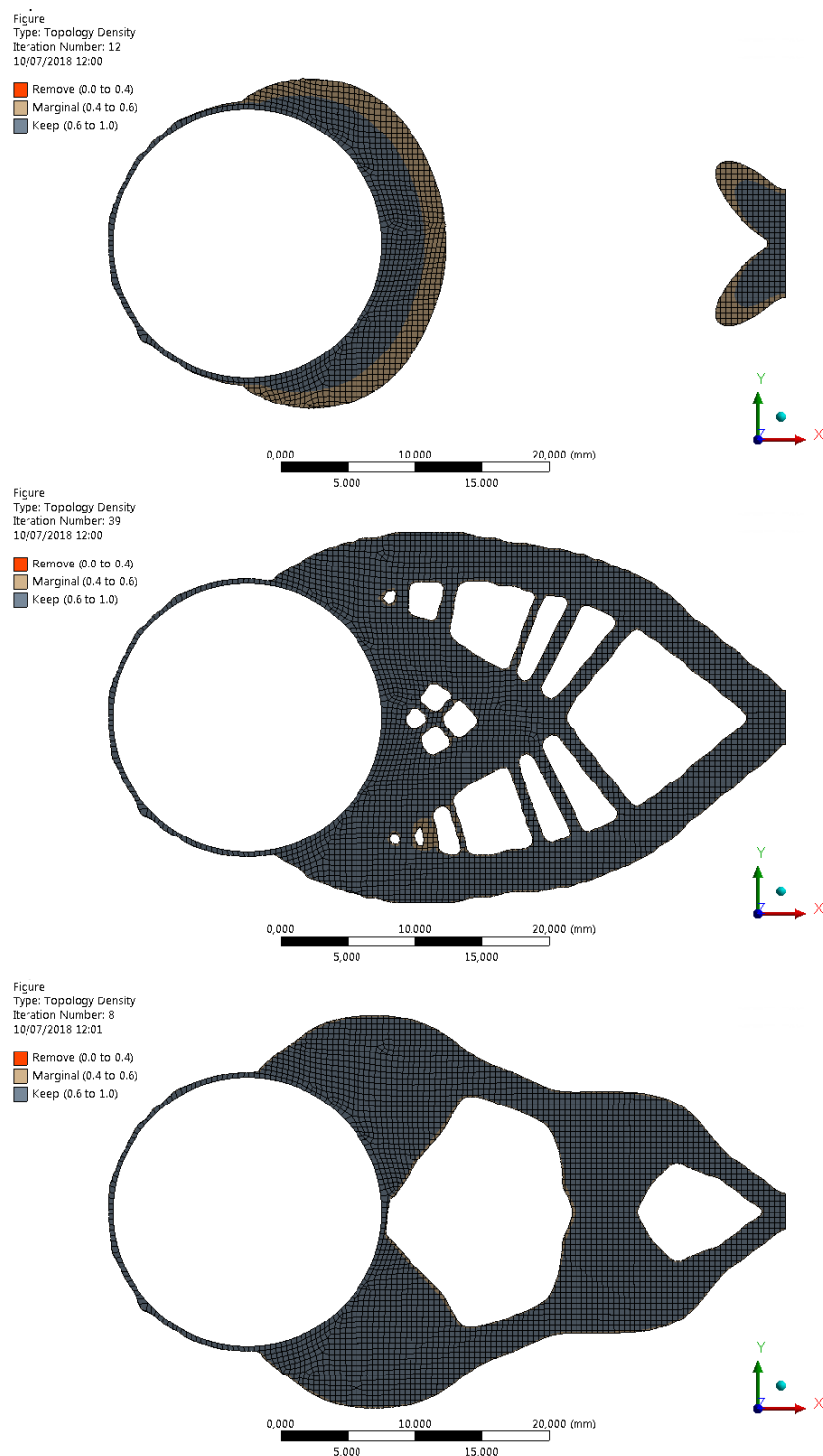


Fig. 4.26. Resultat de l'optimització de l'Exemple 9 amb elements de costat 0,4 mm i factor de penalització  $p$  igual a 1 (superior), 3 (mig) i 9 (inferior).

L'experiència amb el programari ANSYS senyala que no és possible obtenir com a resultat del procés iteratiu d'optimització un disseny amb parts inconnexes com als Exemples 1, 4, 6 i 9 quan  $p = 1$  ja que representa una figura que no està en equilibri. Així doncs es creu que aquestes desconnexions de material tenen lloc després de la iteració i són resultat d'aplicar el valor llindar que elimina els elements que tenen una densitat inferior a aquest valor. S'experimenta amb l'Exemple 2 i diferents valors llindar (Fig. 4.27). Un cop es fa la simulació de l'optimització topològica especificant el percentatge de retenció de volum i el valor  $p$ , el resultat de la distribució de densitats és el mateix independentment del valor llindar. El valor llindar únicament elimina o conserva elements depenent de la densitat de l'element. A la Fig. 4.27 s'observa que a mesura que s'augmenta el valor llindar, s'eliminen més elements (les densitats dels quals són inferiors a aquest valor llindar). Per a aquest exemple, amb valors llindar inferiors a 0,5 el disseny no presenta inconnexions de material però conserva elements de densitats molt petites i que, per tant, són pràcticament inútils a l'hora d'aguantar esforços.

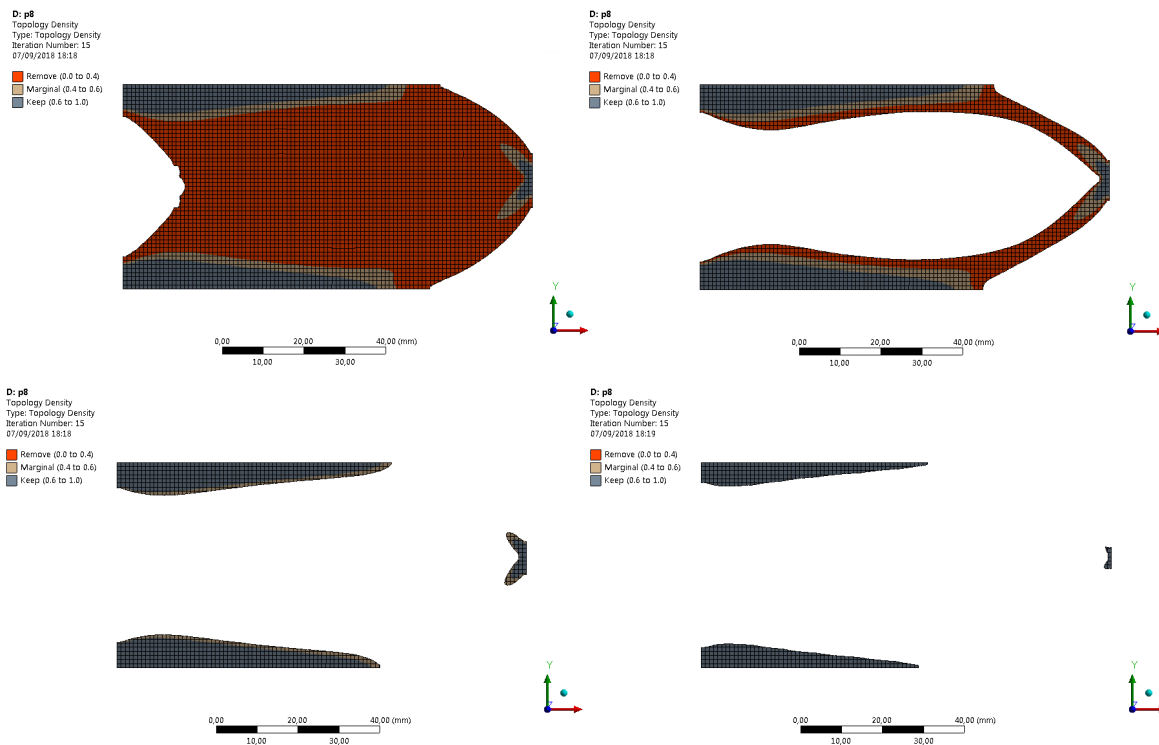


Fig. 4.27. (d'esquerra a dreta i de dalt a baix) Resultat de l'optimització de l'Exemple 2 amb valor llindar 0,1 , 0,3 , 0,5 i 0,9.

Per un costat, els resultats mostren que, independentment del mallat, quan s'optimitza amb  $p = 1$  es reté un percentatge de volum de material inferior a l'especificat i els dissenys presenten inconnexions de material. Aquests dissenys s'obtenen perquè realment no s'està penalitzant la densitat i es conserven totes les densitats intermitges; aleshores l'eliminació

de material s'executa amb el criteri del valor llindar. En aquest treball sempre es manté el valor llindar a 0,5; així doncs, per a les simulacions amb  $p = 1$  tots els elements del disseny final tenen una densitat entre 0,5 i 1. En el cas de  $p \geq 6$ , independentment del mallat, a la simulació es reté un percentatge de volum de material superior a l'especificat. Aquest fet és raonable per tres dels cinc exemples simulats (Exemples 5, 6 i 9) on el nombre d'iteracions per arribar a l'òptim és inferior que a les simulacions amb  $p = 1$  o  $p = 3$ , la qual cosa indica que probablement s'ha arribat a un mínim local i no a la solució òptima.

Per l'altre costat, si es comparen els resultats segons el mallat es conclou que utilitzar una mida d'element dividint l'alçada en 50 dona resultats qualitativament més semblants a les simulacions de la literatura que aquells amb una mida d'element aconseguida dividint l'alçada en 100. Tot i que a la primera part de l'estudi s'ha demostrat que amb aquest mallat només quatre dels nou exemples simulats amb ANSYS Workbench resulten idèntics a la literatura, aquesta segona part demostra que reduir la mida del mallat no assegura un millor disseny ni, com es podria esperar, un resultat més semblant al de la literatura. Al contrari, els dissenys obtingut al refinar la malla són qualitativament encara més diferents a la literatura i, a la vegada, més complexes. També remarcar que, si bé  $p$  afecta cada exemple amb el mateix patró independentment del mallat, els dissenys optimitzats amb el mateix valor de  $p$  però diferent mallat són qualitativament diferents.

#### 4.2.3. Comparativa de les simulacions amb acer inoxidable i material DLP

La tercera part de l'estudi es basa en repetir les simulacions dels cinc exemples anteriors amb  $p = 3$  i amb una mida d'element calculada dividint l'alçada en 50 divisions, però canviant el material a material DLP (*direct light processing*). A més, es reté un 25% del volum de la peça sense optimitzar en cas que la literatura no especifiqui el volum a retenir i es fixa el valor llindar a 0,5.

El material DLP no està definit dins de la biblioteca de l'ANSYS Workbench. Per això cal definir un nou material, titular-lo DLP i assignar-li les propietats necessàries. El material fabricat amb la tècnica DLP és un material ortotròpic i per caracteritzar-lo cal definir les propietats mecàniques que apareixen a la *Taula 4.1*. Aquestes propietats s'han calculat a partir dels assajos realitzats al departament de Resistència de Materials. A més, malgrat que s'ha comprovat que la densitat no afecta als resultats de les simulacions, el programari requereix definir-la. És raonable que la densitat no influenciï els resultats ja que en cap moment es defineix la gravetat però no s'ha trobat explicació perquè el programari doni error en cas de no donar-li un valor. Així doncs, es defineix la gravetat de  $1,1 \text{ g/cm}^3$ .

$E_x$ (MPa)	421	$\nu_{xy}$	- 0,4378	$G_{xy}$ (MPa)	127
$E_y$ (MPa)	452	$\nu_{yz}$	- 0,4592	$G_{yz}$ (MPa)	129
$E_z$ (MPa)	401	$\nu_{xz}$	- 0,4748	$G_{xz}$ (MPa)	125

Taula 4.1. Mòduls elàstics ( $E$ ), coeficients de Poisson ( $\nu$ ) i mòduls de cisallament ( $G$ ) del material DLP.

Com que el material DLP és un material ortotròpic, un aspecte interessant a estudiar és com afecten les direccions a les simulacions. Per això es torna a definir el material intercanviant els valors de les direccions  $x$  i  $y$  i mantenint la resta de paràmetres. S'introdueixen les dades de la *Taula 4.2* al programari.

$E_x$ (MPa)	452	$\nu_{xy}$	- 0,4378	$G_{xy}$ (MPa)	127
$E_y$ (MPa)	421	$\nu_{yz}$	- 0,4748	$G_{yz}$ (MPa)	125
$E_z$ (MPa)	401	$\nu_{xz}$	- 0,4592	$G_{xz}$ (MPa)	129

Taula 4.2. Propietats de les direccions  $x$  i  $y$  intercanviades.

Els resultats es presenten a les figures d'aquesta secció i cada figura recull les tres simulacions d'un exemple fetes amb cadascun dels materials: material DLP, material DLP amb les direccions  $x$  i  $y$  intercanviades i acer inoxidable. Analitzant les imatges, s'observa que a tots els exemples, a excepció de l'Exemple 5, els resultats obtinguts amb els diferents tipus de material DLP són qualitativament diferents als de l'acer inoxidable i entre ells. L'Exemple 1 (*Fig. 4.28*) mostra uns dissenys amb distribucions de material molt semblants però, en el cas del material DLP amb direccions intercanviades, amb porcions de material repartides per les zones de buit. Als resultats de l'Exemple 4 (*Fig. 4.29*) s'observa que les optimitzacions dels dos tipus de material DLP resulten en dissenys bastant semblants entre ells i que presenten diferents connexions de material respecte al disseny optimitzat amb acer inoxidable. L'Exemple 5 (*Fig. 4.30*) és l'únic que presenta el mateix disseny optimitzat pels tres materials. En el cas de l'Exemple 6 (*Fig. 4.31*) i l'Exemple 9 (*Fig. 4.32*), a les optimitzacions fetes amb els dos tipus de material DLP s'intueix un disseny semblant a l'aconseguit amb acer inoxidable. No obstant això, els dissenys aconseguits amb els dos tipus de material DLP presenten forats de costats poc definits i connexions de material a mitges.

A part dels dissenys optimitzats topològicament, també és interessant comparar com afecta el material a l'estat de tensió i deformació del bloc inicial (previ a l'optimització topològica). A l'Annex 1 es recullen els valors màxims i mínims de deformació i tensió amb cada material i per a cadascun dels cinc exemples, a més d'incloure les imatges dels resultats.



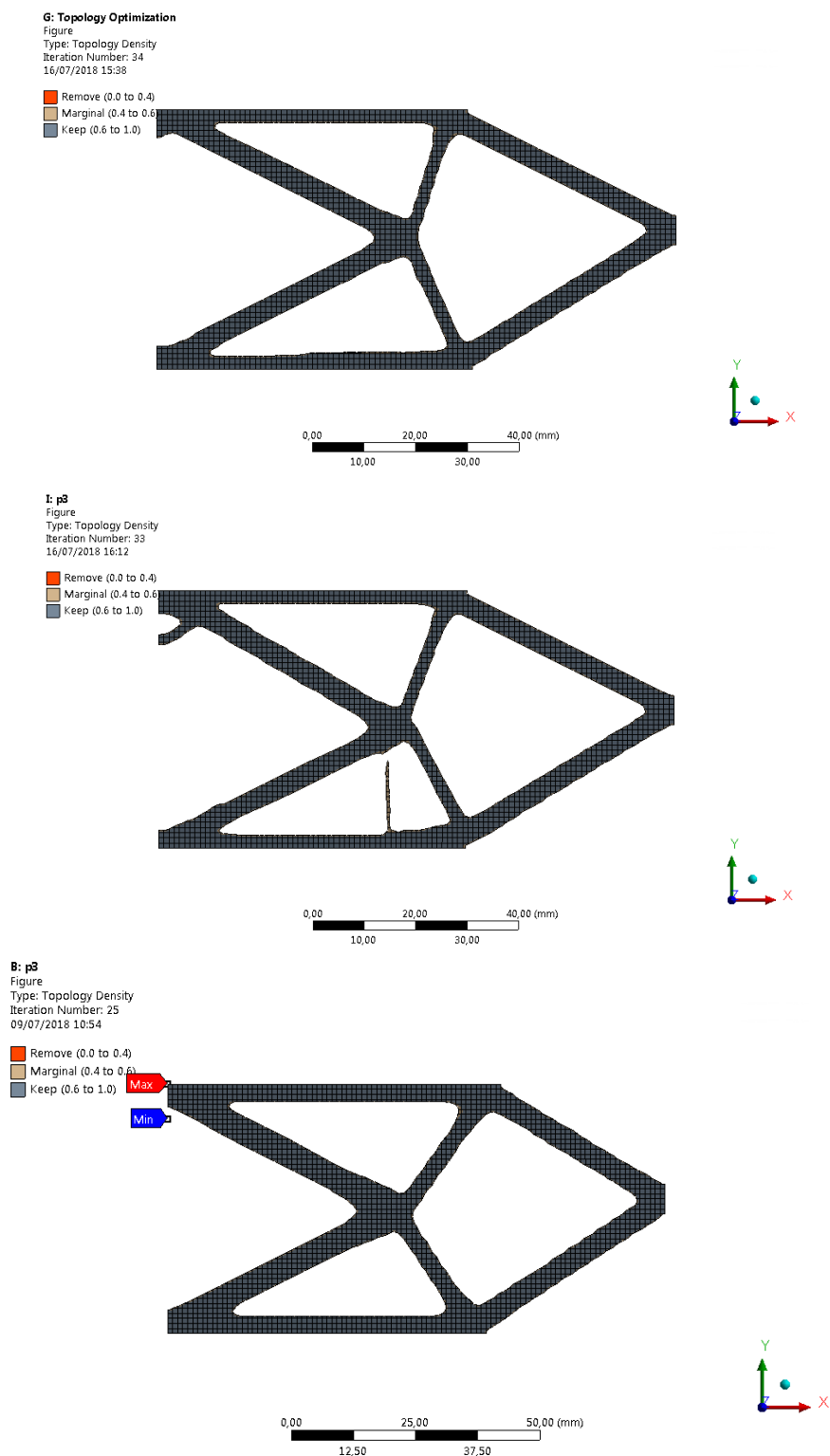


Fig. 4.28. Resultat de l'optimització de l'Exemple 1 amb DLP (superior), DLP amb les direccions  $x$  i  $y$  intercanviades (mig) i acer inoxidable (inferior).

**G: p8**

Figure  
Type: Topology Density  
Iteration Number: 33  
16/07/2018 15:14

Remove (0.0 to 0.4)  
Marginal (0.4 to 0.6)  
Keep (0.6 to 1.0)



0,00 25,00 50,00 75,00 100,00 (mm)



**I: Topology Optimization**

Figure  
Type: Topology Density  
Iteration Number: 33  
16/07/2018 15:17

Remove (0.0 to 0.4)  
Marginal (0.4 to 0.6)  
Keep (0.6 to 1.0)



0,00 25,00 50,00 75,00 100,00 (mm)



**B: p8**

Figure  
Type: Topology Density  
Iteration Number: 33  
09/07/2018 11:51

Remove (0.0 to 0.4)  
Marginal (0.4 to 0.6)  
Keep (0.6 to 1.0)



0,00 25,00 50,00 75,00 100,00 (mm)



Fig. 4.29. Resultat de l'optimització de l'4 amb DLP (superior), DLP amb les direccions  $x$  i  $y$  intercanviades (mig) i acer inoxidable (inferior).

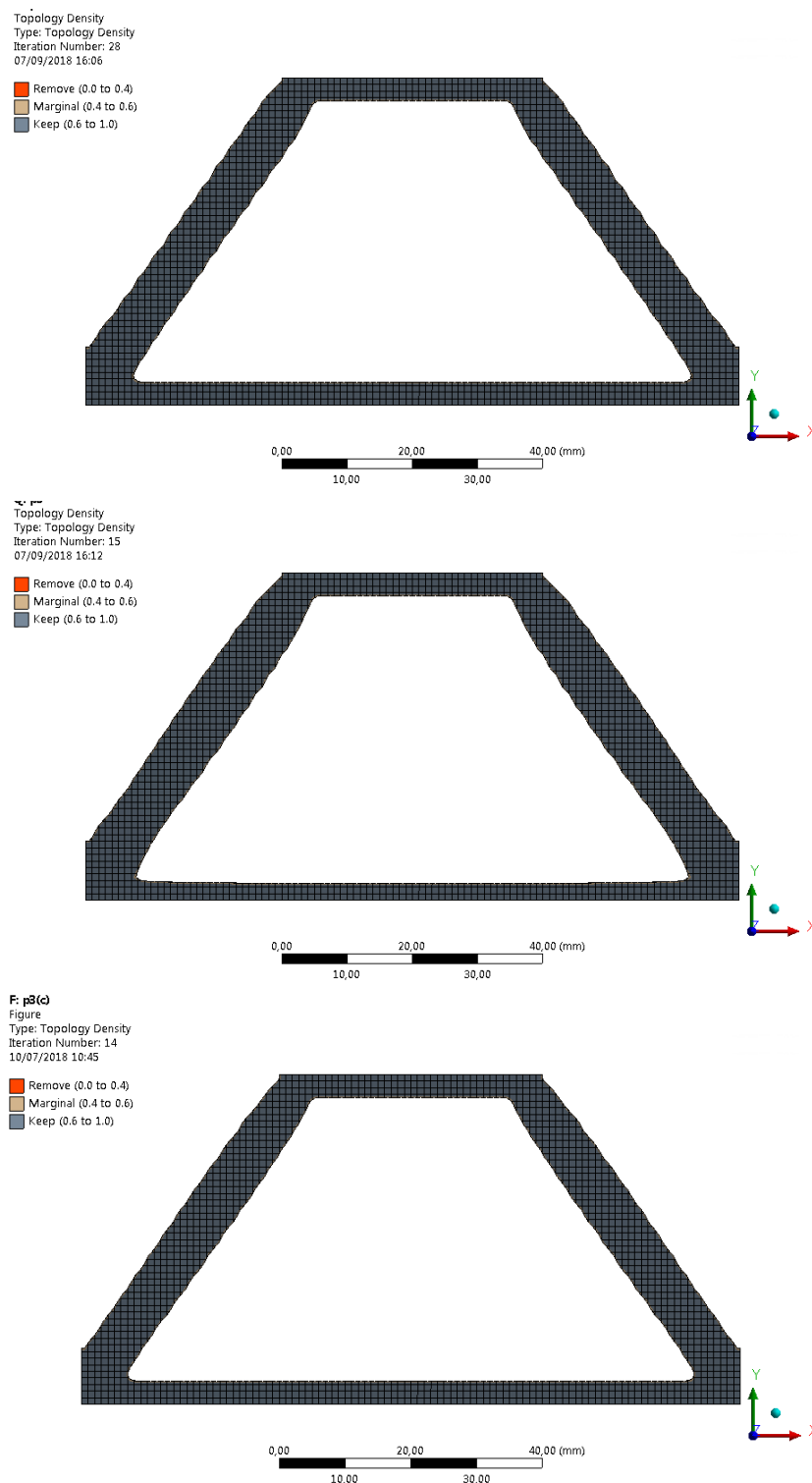


Fig. 4.30. Resultat de l'optimització de l'Exemple 5 amb DLP (superior), DLP amb les direccions  $x$  i  $y$  intercanviades (mig) i acer inoxidable (inferior).

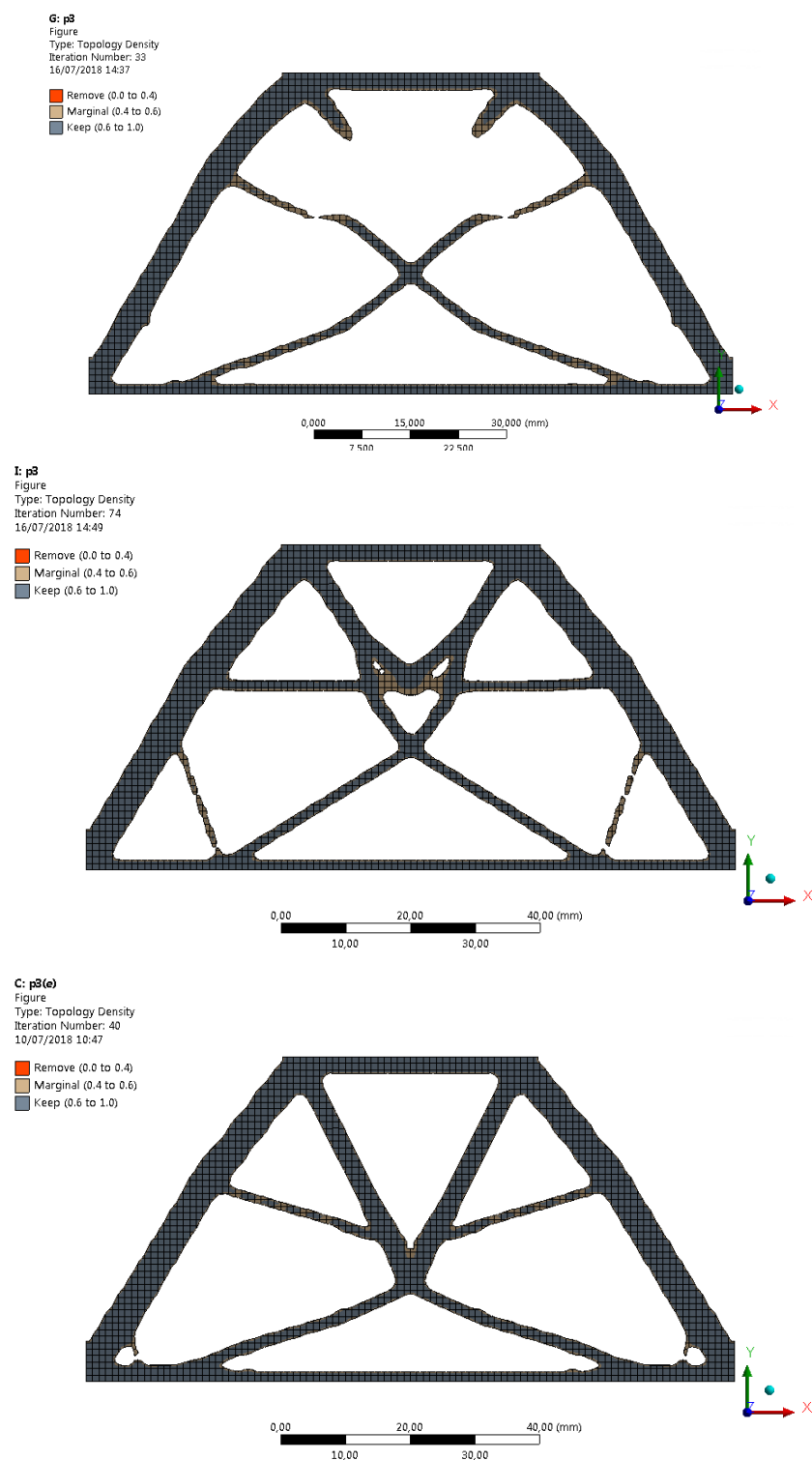


Fig. 4.31. Resultat de l'optimització de l'Exemple 6 amb DLP (superior), DLP amb les direccions  $x$  i  $y$  intercanviades (mig) i acer inoxidable (inferior).

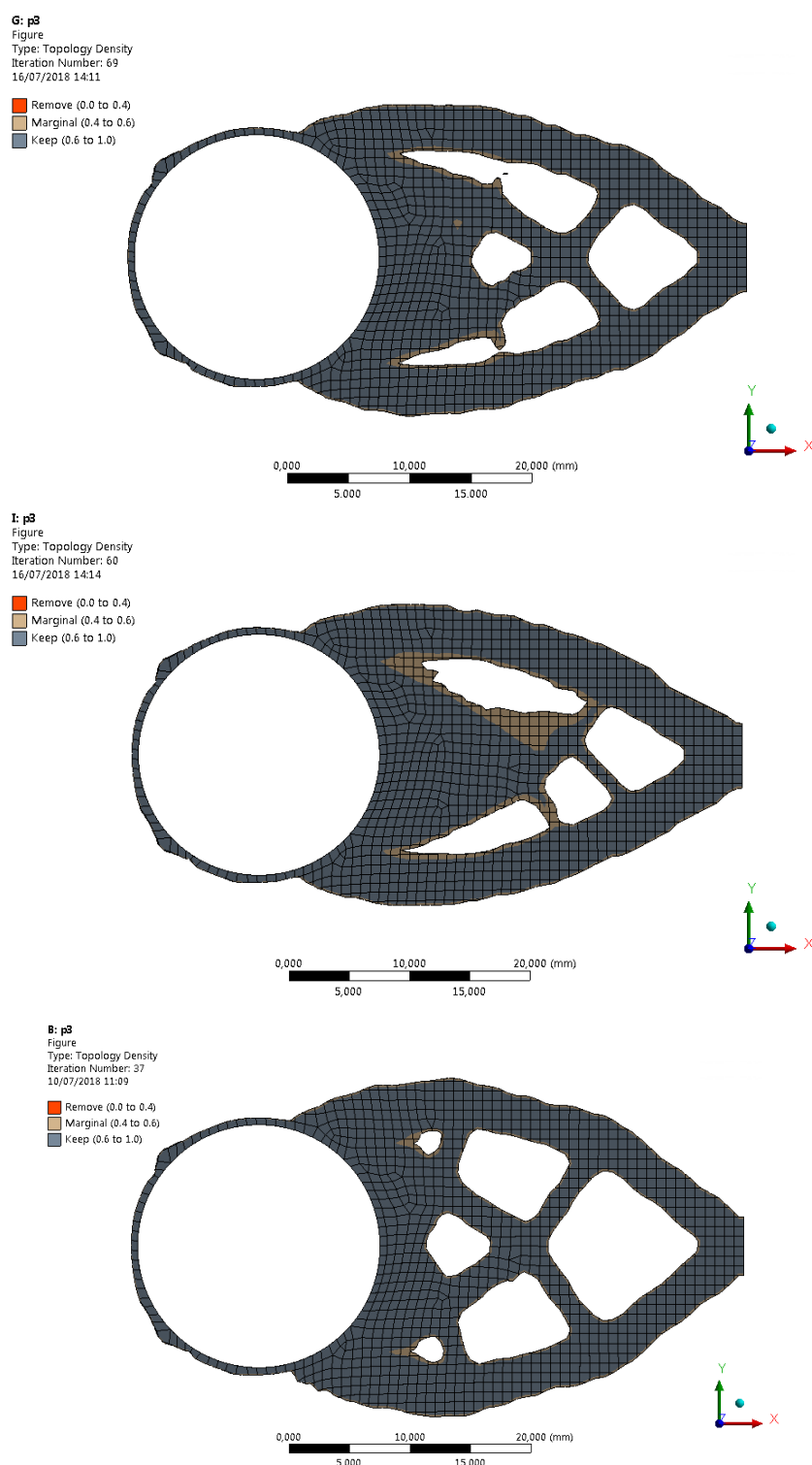


Fig. 4.32. Resultat de l'optimització de l'Exemple 9 amb DLP (superior), DLP amb les direccions  $x$  i  $y$  intercanviades (mig) i acer inoxidable (inferior).

A l'observar que les simulacions fetes amb material DLP i DLP amb les direccions  $x$  i  $y$  intercanviades donen dissenys que no són idèntics es conclou que el nivell d'ortotropia del material és prou gran com per afectar a l'optimització. A més, aquests resultats són qualitativament diferents als de l'acer inoxidable, amb connexions de material a mitges i forats menys ben definits. Es creu que un mateix exemple dóna diferents dissenys optimitzats segons el material perquè les propietats (matriu constitutiva) de cada material són diferents i, per tant, el procés iteratiu del problema ( 3.2 ) dóna una distribució densitats diferent. D'aquesta manera, alguns dels elements de menor densitat que s'eliminen amb el valor llindar es troben a llocs diferents per cada material.

## Conclusions

A partir de la recerca i lectura de la literatura de l'article [3] s'han estudiat quatre mètodes d'optimització topològica. Abans d'analitzar-los però, ha calgut plantejar i entendre el problema general d'optimització topològica que volen resoldre aquests mètodes. Per un costat, el mètode de la homogeneïtzació tracta el problema amb elements finits i l'assimilació d'una densitat per cada element. Aquest mètode comporta l'inconvenient de necessitar composts amb porus infinitesimals per poder recrear tots els valors de la densitat dels elements i per això es planteja com a solució el mètode SIMP. Aquest segon mètode utilitza un factor de penalització  $p$  i un valor llindar per aconseguir que les densitats preguin valors extrems 0 i 1. El mètode ESO també es basa en els elements finits però resol el problema entrenant el software perquè segueixi un camí d'evolució particular. Per altra banda, el mètode LSM no treballa amb elements finit sinó que treballa directament movent les fronteres del domini.

Un cop acabat el recull dels mètodes d'optimització topològica, es tanteja el programari ANSYS Workbench i es dedueix que dels quatre mètodes aquest programari utilitza el SIMP per optimitzar els dissenys. Els indicis que han portat a aquesta conclusió són el paràmetre  $p$  i el valor llindar característics del mètode SIMP i que el programari requereix per realitzar la simulació.

Per a l'estudi d'optimització topològica mitjançant ANSYS Workbench s'han escollit nou exemples de la literatura. L'estudi s'ha dividit en tres parts i cadascuna d'elles se centra en un aspecte diferent de l'optimització. La primera part pretén reproduir els exemples escollits i comprovar si els resultats obtinguts s'assemblen qualitativament als dissenys optimitzats de la literatura. A la majoria d'exemples només apareix el disseny inicial i l'optimitzat, sense especificar dimensions, magnituds, mallats ni cap altre paràmetre condicionant. Per això es fixen les mateixes condicions per a tots els exemples en cas que la literatura no doni cap valor. La comparativa entre la simulació amb ANSYS Workbench i el resultat de la literatura per cadascun dels nou exemples mostra que utilitzant un element quadràtic, un factor de penalització  $p = 3$  i un valor llindar de 0,5 s'obtenen dissenys qualitativament similars o, fins i tot, exactes. El grau de semblança entre els dos dissenys depèn també del percentatge de volum que es reté del disseny inicial, ja que condiciona el procés iteratiu d'optimització i provoca una distribució de densitats diferent per cada percentatge.

La segona part de l'estudi se centra en estudiar com afecta el refinament del mallat i el factor de penalització  $p$  als resultats de l'optimització topològica a cinc dels nou exemples seleccionats. Per un costat, els resultats mostren que, independentment del mallat, quan s'optimitza amb  $p = 1$  es reté un percentatge de volum de material inferior a l'especificat i

l'eliminació de material s'executa amb el criteri del valor llindar. En el cas de  $p \geq 6$ , independentment del mallat, a la simulació es reté un percentatge de volum de material superior a l'especificat perquè probablement s'ha arribat a un mínim local i no a la solució òptima. Per l'altre costat, si es comparen els resultats segons el mallat es conclou que utilitzar una mida d'element dividint l'alçada en 50 dóna resultats qualitativament més semblants a les simulacions de la literatura que aquells amb una mida d'element aconseguida dividint l'alçada en 100. Aquest segon estudi demostra que reduir la mida del mallat no assegura un millor disseny sinó que resulta en dissenys qualitativament encara més diferents a la literatura i, a la vegada, més complexes. Així doncs, es conclou que el mallat i el factor de penalització  $p$  influeixen l'optimització topològica. A més, es confirma allò après de la literatura: un mallat molt refinat no dóna millors resultats i un factor de penalització  $p$  massa alt porta a un mínim local i no a la solució òptima.

La tercera i última part de l'estudi vol estudiar l'optimització topològica utilitzant el material i comparant-lo amb l'acer inoxidable. En primer lloc, les simulacions fetes amb material DLP i DLP amb les direccions  $x$  i  $y$  intercanviades donen dissenys que no són idèntics i, per tant, es veu com el nivell d'ortotropia del material és prou gran com per afectar a l'optimització; però a més, aquests resultats són qualitativament diferents als de l'acer inoxidable. Es creu que el causant d'aquestes diferències són les propietats de cada material que, en ser diferents, provoquen un procés iteratiu d'optimització diferent i, per tant, la distribució de densitats també varia entre materials. En segon lloc, els estats de tensió i de deformació dels dos tipus de material DLP són diferents però del mateix ordre de magnitud i, per tant, els dos casos experimenten una deformació i tensió semblants. Si les propietats del material DLP en les direccions  $x$  i  $y$  i obtingudes als assajos fossin de valors més distants entre elles, es creu que també els dissenys optimitzats i els estats de tensió i de deformació serien més diferents.

Evidentment, els resultats obtinguts a les simulacions d'optimització topològica no són els dissenys que s'enviarien a fabricar. Aquests dissenys han de tractar-se per tal que la seva fabricació sigui factible: suavitzar corbes, eliminar algunes branques de material, regular la forma dels forats. Així doncs, es proposa com a millora l'estudi comparatiu dels estats de tensió i deformació entre els disseny optimitzat sense tractar i el disseny optimitzat arreglat.



## Bibliografia

### Referències bibliogràfiques

- [1] CASAFONT, Miquel. *Topology Generation of Structures and Other Mechanical Elements*. Barcelona, Febrer 1995.
- [2] GIMENO, Andrea. *Utilització d'eines d'optimització topològica per a estructures impreses en 3D*. Barcelona, Setembre 2017.
- [3] CHUANG, Ching-Hung, Shikui Chen, Ren-Jye Yang and Panagiotis Vogiatzis. *Topology optimization with additive manufacturing consideration for vehicle load path development*. Wiley Online Library: Març 2017.
- [4] Bendsøe, M.P. and N. Kikuchi. *Generating optimal topologies in structural design using a homogenization method*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 1988; 71:197–224.
- [5] Bendsøe, M.P. and O. Sigmund . *Topology Optimization: Theory, Methods, and Applications*. Springer Science & Business Media, 2003.
- [6] Yang, R. and C. Chuang. *Optimal topology design using linear programming*. Computers & Structures 1994; 52: 265–275.
- [7] Oñate, Eugenio. *Cálculo de estructuras por el método de elementos finitos: análisis elástico lineal*. Centro Internacional de Métodos Numéricos en Ingeniería, 1995.
- [8] Xie, Y.M. and G.P. Steven. *A simple evolutionary procedure for structural optimization*. Computers & Structures 1993; 49:885–896.
- [9] Wang M.Y., X Wang and D Guo. *A level set method for structural topology optimization*. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 2003; 192:227–246.
- [10] DrDalyo (2017, 4 juny). *ANSYS 18.1 Topology Optimization* [Vídeo]. <https://www.youtube.com/watch?v=PMcP7mK1Zec&t=626s&pbjreload=10>

### Bibliografia complementària

- [11] GEBISA, A.W. and H.G. Lemu. *A case on topology optimized design for additive*

*manufacturing*. Materials Science and Engineering 2017; 276.

- [12] Brackett, D., I. Ashcroft and R. Hague. *Topology optimization for additive manufacturing*. In Proceedings of the Solid Freeform Fabrication Symposium: Austin, TX, 2011; 348–362.
- [13] Leary, M., L. Merli, F. Torti, M. Mazur and M. Brandt. *Optimal topology for additive manufacture: a method for enabling additive manufacture of support-free optimal structures*. Materials & Design 2014; 63:678–690.